

球面浅水系でのシア不安定 — 金星への適用 —

東大・理 伊賀 晋一 (IGA Shin-ichi)

東大・理 松田 佳久 (MATSUDA Yoshihisa)

まず球面浅水系でシア不安定を調べた。東西一様な基本場で、緯度 60 度より赤道側をほぼ等速度で与えた場合、過去の平面での研究ではなかったようなケルビン波と連続モードの共鳴による成長モードが存在することが判った。更に、その成長モードは角運動量を低緯度側に輸送するセンスであり、金星スーパーローテーション生成仮説の 1 つであるギーラシメカニズムで仮定されている大きな水平渦粘性の役割を果たし得る可能性があることも判った。その他、従来の平面浅水系での理論の球面への拡張も行なった。

はじめに

この研究を行なう動機は二つある。一つ目の動機は GFD 的な関心によるものである。これまで、平面での浅水方程式系でのシア不安定に関しては多くの研究がなされてきた。特に波の共鳴理論（波長一位相速度位の関数関係で位相速度が交わる時に波の成長モードが生じることがあるというもの。3 波共鳴などとは別）に着目したものは、例えば里村 (1981)、林 & Young (1987)、竹広 & 林 (1992)、Balmforth (1999) などが挙げられる。また、林 & Young (1987) や伊賀啓太 (1999) は浅水系での擬運動量保存則という観点から、位相速度の交差時に波の共鳴が生じるのは、波の擬運動量の符号が逆である時であることを示している。しかし、これらの理論はすべて平面内のものであり、またほとんどが β 項を含んでいない。一方、球面での浅水系シア不安定を計算した例として、Boyd (1982)、Dunkerton (1990)、Winter & Schmitz (1998) が挙げられるが、いずれも赤道成層圏が興味の対象であり、また平面上での擬運動量理論や波の共鳴理論には全く言及していない。そこで本研究前半部では、球面浅水系でシア不安定の計算を行ない、さらに既存の平面浅水系での擬運動量や波の共鳴理論を球面に拡張した。

二つ目の動機は、浅水系を金星に適用してスーパーローテーションの解明の一助をなすことである。金星スーパーローテーションを説明する理論はいくつか存在するが、どれも完全ではない。また、これまでの金星類似 GCM (Del Genio et al (1993,96) や山本 & 高橋 (2002)) の結果や雲層上端に観測される南北流はギーラシの説を示唆している。ギーラシの説は子午面循環によって相対的に大きな角運動量をもつ赤道大気が上空へ運ばれ、小さな角運動量をもつ高緯度大気が下層へ運ばれることによって正味で角運動量が上空に運ばれ、スーパーローテーションが生成されるというものである。しかしその場合、角運動量を低緯度方向に運ぶ何らかのメカニズムがなければ赤道の角運動量が相対的に大きい状態を保ち続けることはできない。Gierasch (1975) は無限に大きな水平渦粘性の存在を仮定して議論している。松田 (1980,82) の多重平衡解を求めた研究でも大きな水平渦粘性の存在を仮定している。Rossow & Williams (1979) は子午面循環を想定した強制を加えた順圧系で波を生成、水平渦粘性としての役割を示唆しているが、その強制は必ずしも現実の子午面循環の移流効果を表現していない。

また、金星大気中の波に関する研究は多いが励起源が不明なものが多い。従って、強制を入れずに基本場そのものが不安定モードを含んでいるかどうかを調べることは重要である。順圧系で東西一様な基本場で不安定モードを求めた例 (Elson, 1982、Michelangeli et al, 1987) があるが、不安定の要因となるジェットが実際の金星のあらゆる高度で存在するのかわかり不明である。実際、高度 70km ではオカルテーション観測から中緯度での強いジェットの存在が示唆されているが、雲層上端 (高度約 65km) の雲のトラックによる観測では、少なくとも緯度 60 度より赤道側では等速度分布の東西流となっている。高緯度側の境界にもよるが、等速度では順圧不安定は生じない。Young et al (1984)、Elson (1989) はプリミティブ系で傾圧不安定モードを算出している。しかしその生成メカニズムやスーパーローテーションへの影響は不明である。また鉛直解像度も十分であると

は言えない。メカニズムをわかりやすく説明するという点では、むしろ単純なモデルの方が有用な場合がある。山本&田中(今回の研究集会)は、カルテシアン座標系だが遠心力効果を含めた浅水系で南北に等速度な東西流基本場を与え、東西かつ南北に波数展開して波の位相方程式を解析的に解いている。そして成長する慣性重力波モードが存在し、角運動量を低緯度に運ぶセンスであるという興味深い結果を得ている。しかし、南北境界が無窮遠であることや、カルテシアン座標系に遠心力効果だけを与えることの妥当性は必ずしもよくわからない。本研究では鉛直には同様に浅水系に簡略化しているが、水平方向には一切簡略化を用いていない点で異なる。本研究の後半部ではそのようにして得られた結果を金星にあてはめ、不安定モードの存在とその性質を調べている。

浅水方程式系とその意味

用いた線形浅水方程式系は、

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}u')}{a \cos \theta \partial \lambda} + v' \frac{\partial \bar{u}}{a \partial \theta} - \frac{\bar{u}v' \tan \theta}{a} = 2\Omega v' \sin \theta - \frac{g \partial h'}{a \cos \theta \partial \lambda} \quad (1)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}v')}{a \cos \theta \partial \lambda} + \frac{2\bar{u}v' \tan \theta}{a} = -2\Omega u' \sin \theta - \frac{g \partial h'}{a \partial \theta} \quad (2)$$

$$\frac{\partial h'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial h'}{a \cos \theta \partial \lambda} + H \nabla_H \cdot \vec{v}' = 0 \quad (3)$$

である。ただし、 h は水深、 u は速度の東向き成分、 v は北向き成分、 θ は緯度、 λ は経度、 g は重力加速度、 H は等価深さ(あるいは h の球面平均)、 t は時間、 a は惑星半径、 Ω は惑星自転角速度で、 \bar{x} は x の基本場成分(東西一様)、 x' はアノマリである。ここで注意が必要なのは、深さに関する式は非線形浅水方程式をそのまま線形した

$$\frac{\partial h'}{\partial t} + v' \frac{\partial \bar{h}}{a \partial \theta} + \bar{u} \frac{\partial h'}{a \cos \theta \partial \lambda} + \bar{h} \nabla_H \cdot \vec{v}' = 0 \quad (4)$$

ではなく、(3)式を使っている点である。つまり、基本場の水面は \bar{u} と遠心力バランスするために傾いていなければならないが、(3)式はそれと同じだけ浅水の底を上げることで基本場の水深を一様にしたことに相当する。

そのようにした理由を簡単に述べる。基本場風速は存在するが、鉛直シアがないようなプリミティブ方程式系では、基本場風速のない場合と同様に鉛直と水平に変数分離できる。しかし、その場合鉛直構造方程式は同じであるが、水平構造方程式は式(1)~(3)で構成されるような浅水方程式となるというのが理由である。(発表時には浅水方程式で基本場の水深を一様にするのは変だという指摘を受けたが、それは間違いではなく、一様にするからこそ意味がある)。なお実際の金星では東西流の鉛直シアも存在し、傾圧性も無視できないが、その議論は別な機会に行い、ここでは敢えて無視する。

計算方法

金星雲層付近を想定した東西風速場(図1左、緯度60度より赤道側でほぼ等速度、順圧安定かつ慣性安定)を基本場として、等価深度を変化させながら各東西波数について固有値問題を解いた。具体的には行列の固有値を解く方法と、shooting法の二通りで計算を行なった。ただし、風速の向きは地球の自転方向に合っており、金星とは逆である(一般性は失わない)。また、ここから先は基本場風速の剛体成分を自転 Ω と定義し、その分を差し引いて表記する。

結果

東西波数1から4に関して固有値問題を解いたところ、いずれの波数に関しても不安定モードを与えるようなラムパラメーター(= $(2\Omega a)^2 / (gH)$)領域が存在した。その領域はいずれもほぼ10~10000であり、成長率の極大値を与えるラムパラメーターはいずれも100付近であった(図2右)。また不安定モードは各波数で複数存在したが、いずれの波数でも最大成長モードは2番目に成長率の大きなモードに比べて1オーダー以上成長率

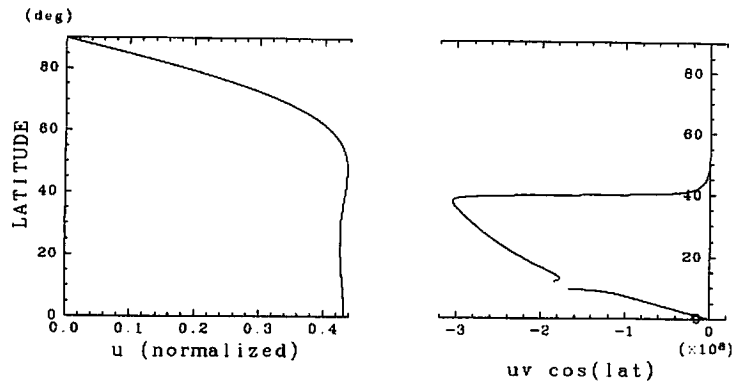


図 1: (左) 絶対系で見た基本場東西風。(右) 波数 1 の最大成長モードの $\overline{u'v'} \cos \theta$

が大きかった。また最大成長モードの成長率は、東西波数別に比べると 2,1,3,4 の順番であったが、オーダーでは大差はなかった。では、なぜそのように限られたラムパラメーター領域のみに成長モードが存在するのか？ 位相速度図 (図 2 左) を見ると、いずれの波数に関しても、東西に伝搬する重力波モード、基本場風速の最大値と最小値の間の位相速度で連続的に分布する連続モード、混合ロスビー重力モードが存在する。特に基本場シアを与えない場合は連続モードはロスビーモードとなり、いずれのモードも位相空間内で交わらないが、基本場シアのある当問題では東に伝搬する重力波モードの一部と連続モードが交差している。また、いずれのモードも赤道対称モードと反対称モードが存在するが、同じ対称性を持つモード同士が交わった場合にその交差部分で成長モードが生じている。特に最大成長モードは東進重力モードの中でもケルビン波が連続モードと交差して成長モードとなっている。

このような成長モードを波の共鳴理論という立場に立って考える。これまで平面の浅水系では擬運動量の保存則が導かれているが、球面でも同様に擬角運動量保存則が成り立つ (付録 A)。従って成長モードでは交わる両モードの擬角運動量の符号が逆でなければならないが、計算結果を見る限りでは当問題での成長モードもそれに整合的である。

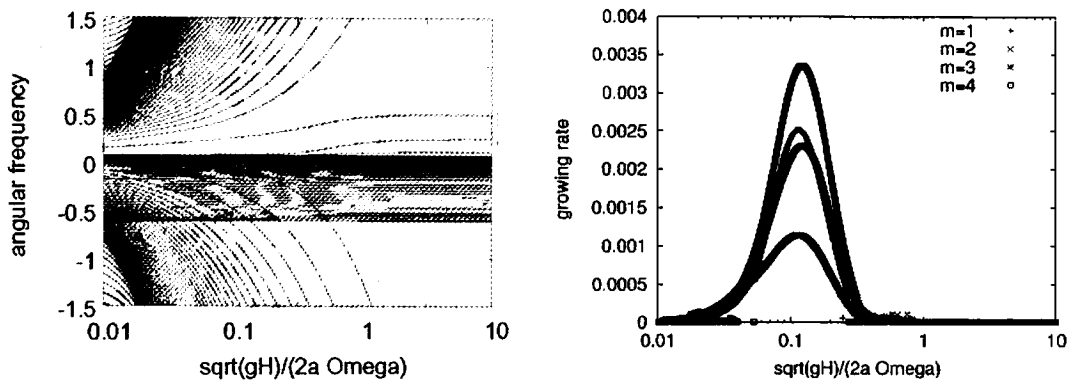


図 2: (左) 東西波数 1 で得られた固有モードの位相速度。基本場の剛体回転成分の速度を差し引いた座標で見ている。横軸はラムパラメーターの -0.5 乗 (右) 東西波数 1~4 での最大成長モードの成長率。

成長モード解の性質

前章で得られた最大成長モード解 (東西波数 1 と 2) を図 3 に示す。いずれの波数でも定性的には同じような解の形をしている。第一の特徴は、基本場風速と位相速度が等しくなる臨界緯度付近で特異点らしい解の振舞

している点である。しかし、成長モードは僅かであっても虚部を持つので、厳密には特異性を持たない。また、付録 B で示したように、臨界緯度で特異性を持つような連続モードの中立波が存在する。得られた成長モードは、位相空間内では連続モードとケルビン波が交わったところに存在するが、もしその成長モードがケルビン波やその位相速度 (の実部) の近傍の位相速度を持つ連続モード中立波の性質も受け継いでいるとするならば、成長モード解が特異点らしい解の振舞をする 것도納得できそうである。伊賀啓太 (1999) は 2 層系で、波の成長速度と、共鳴する連続モードの範囲との関係を考察しているが、その議論をこの一層の浅水系の問題に持ってくるのは差し当たって難しいように思える。

次に波数 1 の h' に着目する。紫外線で見えた金星の Y 時模様は温度に相当すると考えられているが浅水系で温度に相当する h' の結果を見ると金星とは逆向き (自転を地球に合わせていることに注意) になっていて、この成長モードでは金星 Y 字を再現するのは無理なようである。

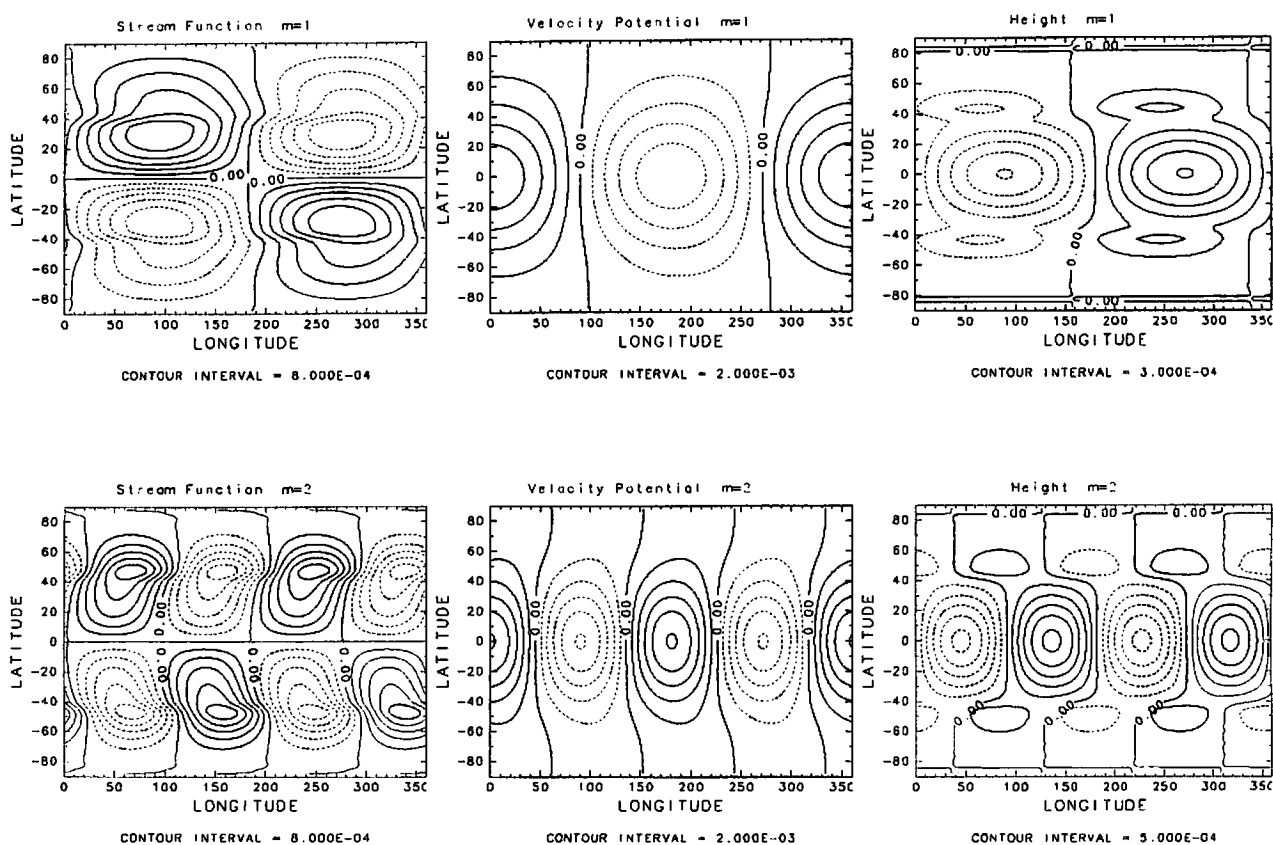


図 3: 最大成長モード解の流線関数、速度ポテンシャル、水面高さ。上段が東西波数 1、下段が東西波数 2。線形問題なので振幅は任意に与えている

金星スーパーローテーションへの寄与

これらの得られた成長モードは全て角運動量を赤道へ輸送するセンスであった (図 1 右)。特に赤道から臨界緯度に進むにつれて比例的に輸送量が増大し、臨界緯度を越えた極側では急激に輸送量は減少し、ほとんど 0 であった。これらの赤道へ輸送する成長モードはギーラシメカニズムにとって都合が良く、ギーラシメカニズムで仮定されている水平渦粘性としての役割を果たすセンスである。なお、ここでは角運動量フラックスとし

て $-\overline{u'v'} \cos \theta$ を使用しているが、浅水系では本来なら $-\overline{[u'v'h + h'v'u]} \cos \theta$ が角運動量フラックスに相当する。前者を用いた理由は、線形浅水系を現実の3次元鉛直シアなし大気と対応付けて考えた場合、3次元大気における角運動量フラックスは浅水系では後者ではなく、前者に対応するからである。ちなみに後者を用いても結果はほぼ同じで、角運動量を赤道へ輸送するセンスである。

ではこれらの成長モードは実際に金星大気中で成長して波として存在できるのか考える。まず少なくとも成長率が放射冷却によるダンピングや鉛直粘性よりも大きくなければならない。金星雲層上部(高度65km)で換算すると、得られた成長モードの成長率は、東西波数2で最大成長率を与えるラムパラメーター(鉛直波長に相当)で、緩和時間換算で約120日であり、その高度での赤外冷却の速さ(緩和時間約6日)に比べて小さく、波として存在し得ない。しかし雲層中部以下では成長モードの成長率の方が大きい。さらに、鉛直粘性や摩擦の効果も考える必要があり、その効果の大きさはほとんど不明であるが、Woo et al(1982)の算出結果等と比較すると成長モードの方が大きい。したがって、そのような成長モードによる波が雲層中部以下で実際に存在し、金星スーパーローテーションに寄与している可能性がある。ただし線形不安定性を調べている本研究の範囲内では、波の大きさやスーパーローテーションへの寄与の度合を決定することはできず、別な非線形的な議論が必要である。

また、波数1で成長率が最大になる等価深度に相当する金星での鉛直波長 $L \equiv 2\pi / \sqrt{N^2 / (gH) - g / (4RT)}$ を図4に示す。その他の波数でも値はほぼ同じである。マゼランのラジオオカルテーション観測によると、高度35km-50km付近では波長1-2kmの波が卓越していて図4に近いが、60kmより上では2km以上の波長でかつ地面に対してほとんど定常な波(おそらく熱潮汐波)が卓越していて、少なくともそれは図4の波とは別物である。(35km以下は不明。50-60kmは成層不安定な層を含む)そのことから、この成長モードによる波は金星中層付近には存在する可能性があるが、雲層上部より上では、金星Y字を再現できないこと、赤外冷却効果に負けること等も考慮すれば、この成長モードによる波は存在し得ないと言えるかもしれない。

以上を考慮すると、次のような仮説が成立するかもしれない。「金星の雲層より下では、太陽加熱による熱潮汐効果や赤外冷却効果が小さい。従って本研究で見つかったような不安定モードによる波が角運動量を低緯度へ輸送し、ギラシメカニズムが働いてスーパーローテーションを促進する。一方、雲層とそこから上ではこの不安定モードによる波は存在しない代わりに熱潮汐効果が働き、雲層から潮汐波を放出すると共に雲層が加速され、スーパーローテーションが促進される。」ただし、本研究では他の風速場や傾圧性については考慮しておらず、それらを敢えて無視した場合の仮説である。

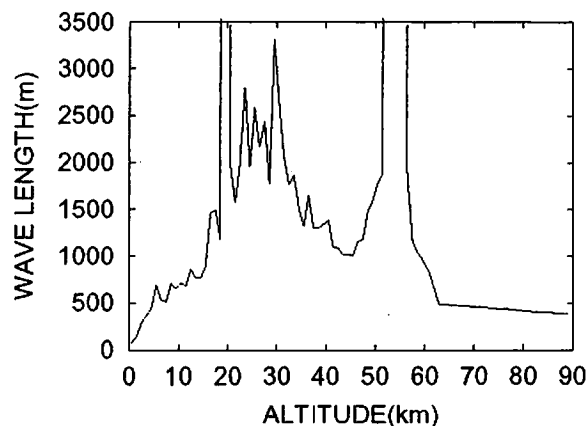


図4: 不安定モードが成長率最大を与えるラムパラメーター(等価深さ)に相当する金星での鉛直波長

まとめ

まず、球面浅水系で線形不安定の計算を行なった。従来の平面の研究では見られなかったような連続モード

とケルビンモードとの共鳴モードの存在を明らかにした。また、浅水系での擬角運動量や共鳴に関する理論、臨界緯度付近のモード解のふるまいを球面に拡張、一般化を行ない、それを基に固有値問題の結果に関する考察を行なった。次に金星スーパーローテーションの観点から、ギラシメカニズムに寄与するような角運動量を赤道に輸送するような成長モードの存在を明らかにした。更にその成長率や鉛直波数での波としての存在の可能性を、金星での観測と照らし合わせながら考察した。なお、浅水系は鉛直シアのない基本場に対応するが、現実の金星では東西流の鉛直シアによる傾圧性も無視できず、今後はその効果も含んだ多層モデルに拡張する予定である。

付録 A : 球面浅水系での擬角運動量や擬エネルギーの保存則

平面での擬運動量や擬エネルギーの保存則 (例えば伊賀啓太 (京大数理講究録 1999 年) 参照) と同様に、球面でも保存則を示しておく。以下は慣性系で記している。ここでは、基本場の水深が一定という条件は使っていないので、海底の起伏は存在してもいいが東西一様で、基本場も東西一様とする。

水深を h 、 h_g を海底地面の盛り上がりとし、各物理量を $x = \bar{x}_0 + x' + \bar{x}_2 + \dots$ とオーダー展開する (ただし、0 次の項は時間不変量)。更に簡略化のため半径を無次元化すると、角運動量とエネルギーの全球積分は、

$$M \equiv \int [\bar{h}u \cos \theta] \cos \theta d\theta \quad (5)$$

$$E \equiv \int \frac{1}{2} [((h + h_g)^2 - \bar{h}_g^2) + h(u^2 + v^2)] \cos \theta d\theta \quad (6)$$

であり、次のようにオーダー展開できる。

$$M = M_0 + M'_2 + \bar{M}_2 + O^3 \quad (7)$$

$$0 \text{ 次の項 } M_0 \equiv \int [\bar{h}_0 \bar{u}_0 \cos \theta] \cos \theta d\theta \quad (8)$$

$$2 \text{ 次の項 } M'_2 \equiv \int [\bar{h}'u' \cos \theta] \cos \theta d\theta \quad (9)$$

$$2 \text{ 次の項 } \bar{M}_2 \equiv \int [(\bar{h}_0 \bar{u}_2 + \bar{h}_2 \bar{u}_0) \cos \theta] \cos \theta d\theta \quad (10)$$

$$E = E_0 + E'_2 + \bar{E}_2 + O^3 \quad (11)$$

$$0 \text{ 次の項 } \bar{E}_0 \equiv \int \frac{1}{2} [\bar{h}_0 \bar{u}_0^2 + (\bar{h}_0 + \bar{h}_g)^2 - \bar{h}_g^2] \cos \theta d\theta \quad (12)$$

$$2 \text{ 次の項 } E'_2 \equiv \int \frac{1}{2} [\bar{h}_0 (u'^2 + v'^2) + 2\bar{u}_0 \bar{h}'u' + \bar{h}'^2] \cos \theta d\theta \quad (13)$$

$$2 \text{ 次の項 } \bar{E}_2 \equiv \int \frac{1}{2} [\bar{h}_2 \bar{u}_0^2 + 2\bar{h}_0 \bar{u}_0 \bar{u}_2 + 2(\bar{h}_0 + \bar{h}_g) \bar{h}_2] \cos \theta d\theta \quad (14)$$

また、角運動量保存則とエネルギー保存則より、2 次のオーダーの部分 $M'_2 + \bar{M}_2$ と $E'_2 + \bar{E}_2$ は保存量である。一方、

$$M_q \equiv - \int \frac{\bar{h}_0^2 \bar{q}'^2}{2dQ/d\theta} \cos^2 \theta d\theta \quad (15)$$

$$\bar{E}_q \equiv - \int \frac{\bar{h}_0^2 \bar{u}_0 \bar{q}'^2}{2dQ/d\theta} \cos \theta d\theta \quad (16)$$

$$\text{ただし、渦位アノマリ } q' \equiv (\zeta' - Qh')/\bar{h}_0 \quad (17)$$

$$\text{基本場渦位 } Q \equiv \frac{f + \bar{\zeta}}{\bar{h}_0} \quad (18)$$

$$\zeta \equiv \text{渦度} \quad (19)$$

と置き、1次、2次の量の時間発展式と遠心力バランスの関係を使い、部分積分を用いると

$$\frac{d\bar{M}_2}{dt} = \frac{dM_q}{dt}, \quad \frac{d\bar{E}_2}{dt} = \frac{dE_q}{dt} \quad (20)$$

が証明される。つまりこの時、 $M_d \equiv M'_2 + M_q$ や $E_d \equiv E'_2 + E_q$ も保存量となる。この M_d や E_d をそれぞれ擬角運動量、擬エネルギーと定義する。また、 M_d や E_d は一次の量（波の振幅）の2乗に比例しているが、同時に不変量でもあるため、成長（減衰）波の擬角運動量や擬エネルギーは0でなければならないという性質がある。

付録 B：臨界緯度付近での解の振舞

Lin(1961)は順圧系で、伊賀啓太(1999)は平面浅水系で臨界緯度付近での解の振舞を調べている。ここでは球面浅水系で同様の議論を行なう。まず準備段階として、浅水方程式系を $V \equiv v' \cos \theta$ の式にまとめる。 $\exp[im(\lambda - ct)]$ 型の解を仮定し、 a を省略、慣性系で表示（一般性を失わない）すると、線形浅水方程式 (1)~(3) は

$$im(\bar{\omega} - c)u' = v'\bar{\zeta} - \frac{im}{\cos \theta}h' \quad (21)$$

$$im(\bar{\omega} - c)v' = -2\mu\bar{\omega}u' - \frac{\partial h'}{\partial \theta} \quad (22)$$

$$im(\bar{\omega} - c)h' = -H \left[\frac{im}{\cos \theta}u' + \frac{\partial}{\partial \mu}(v \cos \theta) \right] \quad (23)$$

となる。ただし、 m は東西波数、 μ は $\sin \theta$ 、 $\bar{\omega}$ は $\bar{u}/\cos \theta$ 、 c は位相角速度、 $\bar{\zeta}$ は基本場の渦度である。まず (21) を (22)、(23) に代入して u' を消去、次に u' を代入した (23) を $h' =$ の形にし、(22) に代入して h' を消去し、 v' だけの式にする。そして、それを多少複雑であるが整理し、アノマリの $'$ を省略する代わりに μ 微分を新たに $'$ で表現すると、

$$(\bar{\omega} - c)^2 V'' - (\bar{\omega} - c)^2 \left[\frac{2\mu}{1 - \mu^2} - \frac{F'}{F} \right] V' - \frac{1}{(1 - \mu^2)^2} \left[\{2\mu\bar{\omega}\bar{\zeta} - (\bar{\omega} - c)(1 - \mu^2)\bar{\zeta}'\} \right. \\ \left. - (1 - \mu^2)(\bar{\omega} - c)\bar{\zeta}\frac{F'}{F} - (2\mu\bar{\omega}\bar{\zeta} - m^2(\bar{\omega} - c^2))\frac{1}{F} \right] V = 0 \quad (24)$$

となる。ただし、

$$F \equiv \frac{H}{H - (1 - \mu^2)(\bar{\omega} - c)^2} \quad (25)$$

今、臨界緯度に対応する μ を μ_c とし、各物理量を $(\mu - \mu_c)$ で展開すると、

$$(\mu - \mu_c)^2 V'' - (\mu - \mu_c)^2 \left\{ \frac{2\mu}{1 - \mu^2} - O(\mu - \mu_c) \right\} V' + \left[\frac{\bar{\zeta}'}{(1 - \mu^2)\bar{\omega}'}(\mu - \mu_c) + O(\mu - \mu_c)^2 \right] V = 0 \quad (26)$$

これは、フロベニウスの方法より Lin(1961) や伊賀啓太 (1999) と同様に解くと、

$$\phi_I = (\mu - \mu_c) \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k (\mu - \mu_c)^k \right] \quad (27)$$

$$\phi_{IIr} = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} b_k (\mu - \mu_c)^k - \frac{\bar{\zeta}'_c}{(1 - \mu_c^2)\bar{\omega}'_c} \phi_I \log |\mu - \mu_c| \quad (28)$$

$$\phi_{III} = \begin{cases} -\pi \frac{\bar{\zeta}'_c}{(1 - \mu_c^2)\bar{\omega}'_c} \phi_I & (\mu < \mu_c) \\ 0 & (\mu > \mu_c) \end{cases} \quad (29)$$

の線形結合で表されるものが解となる。ただし a_k 、 b_k はある決められた値である。線形結合時の係数は3つあるので、自由度は3であるが、南北境界条件と、線形波の振幅の大きさの自由度を考えると自由度は一致し、解

はほぼ一意(あるいは有限個)に決まると言える。つまり臨界緯度をもつような位相速度領域では常に解が存在し、位相空間で見ると連続的な解となるので、その領域の解は連続モード解と呼ぶことができる。

参考文献

- BALMFORTH, N. J. Shear instability in shallow water. *J. Fluid Mech.* 387 (1999), 97–127.
- BOYD, J. P. The influence of meridional shear on planetary waves. part 1: Nonsingular wind profiles. *J. Atmos. Sci.* 39 (1982), 756–769.
- DEL GENIO, A. D., AND ZHOU, W. Simulations of superrotation on slowly rotating planets: Sensitivity to rotation and initial conditions. *Icarus* 120 (1996), 332–343.
- DEL GENIO, A. D., ZHOU, W., AND EICHLER, T. P. Equatorial super rotation in a slowly rotating GCM: Implications for Titan and Venus. *Icarus* 101 (1993), 1–17.
- DUNKERTON, J. T. Eigenfrequencies and horizontal structure of divergent barotropic instability originating in tropical latitudes. *J. Atmos. Sci.* 47 (1990), 1288–1301.
- ELSON, L. S. Wave instability in the polar region of Venus. *J. Atmos. Sci.* 39 (1982), 2356–2362.
- ELSON, L. S. Three-dimensional linear instability modeling of the cloud level Venus atmosphere. *J. Atmos. Sci.* 46 (1989), 3559–3568.
- GIERASCH, P. J. Meridional circulation and the maintenance of the Venus atmospheric circulation. *J. Atmos. Sci.* 32 (1975), 1038–1044.
- HAYASHI, Y.-Y., AND YOUNG, W. R. Stable and unstable shear modes of rotating parallel flows in shallow water. *J. Fluid Mech.* 184 (1987), 477–504.
- IGA, K. Critical layer instability as a resonance between a non-singular mode and continuous modes. *Fluid Dyn. Res.* 25 (1999), 63–86.
- LIN, C. C. Some mathematical problems in the theory of the stability of parallel flows. *J. Fluid Mech.* 10 (1961), 430–438.
- MATSUDA, Y. Dynamics of the four-day circulation in the Venus atmosphere. *J. Meteor. Soc. Japan* 58 (1980), 443–470.
- MATSUDA, Y. A further study of dynamics of the Four-day circulation in the Venus atmosphere. *J. Meteor. Soc. Japan* 60 (1982), 245–254.
- MICHELANGELI, D., ZUREK, R. W., AND ELSON, L. S. Barotropic instability of midlatitude zonal jets on Mars, Earth and Venus. *J. Atmos. Sci.* 44 (1987), 2031–2041.
- ROSSOW, W. B., AND WILLIAMS, G. P. Large-scale motion in the Venus stratosphere. *J. Atmos. Sci.* 36 (1979), 377–389.
- SATOMURA, T. An investigation of shear instability in a shallow water. *J. Meteor. Soc. Japan* 59 (1981), 148–167.
- TAKEHIRO, S.-I., AND HAYASHI, Y.-Y. Over-reflection and shear instability in a shallow-water model. *J. Fluid Mech.* 236 (1992), 259–279.

WINTER, T., AND SCHMITS, G. On divergent barotropic and inertial instability in zonal-mean flow profiles. *J. Atmos. Sci.* 55 (1998), 758–776.

WOO, R., ARMSTRONG, J. W., AND KLIORE, A. J. Small-scale turbulence in the atmosphere of venus. *Icarus* 52 (1982), 335–345.

YAMAMOTO, M., AND TAKAHASHI, M. The Fully Developed Superrotation Simulated by General Circulation Model of the venus-like Atmosphere. *Submitted to J. Atmos. Sci.* (2002).

YOUNG, R. E., HOUBEN, H., AND PFISTER, L. Baroclinic instability in the Venus atmosphere. *J. Atmos. Sci.* 41 (1984), 2310–2333.