

ブロッキング現象の維持に対する総観規模擾乱の役割

北海道大学大学院地球環境科学研究科 荒井美紀 (ARAI Miki)
向川 均

概要

ブロッキング現象の生成、持続、消滅のメカニズムを明らかにするため、 β -平面等価順圧渦度方程式を用いて数値的研究を行った。まず、このシステムにおける安定な解析解として知られるモドン解の渦度場で与えられる局所的な渦度強制を与えた場合、このシステムにはモドン解の他に、帯状流が卓越するもう一つの定常解が安定に存在することが示された。次に、これらの定常解に相当する流れの場において、総観規模擾乱を模した微小擾乱を上流から与え、擾乱に伴う渦度フラックスによる二次流れを詳しく解析することにより、基本流の時間発展に対する擾乱の効果について考察した。

1 はじめに

ブロッキング現象とは対流圏中高緯度において偏西風ジェットが分流し、移動性高・低気圧の東進を妨げる現象である。このときの気圧場の形状としては、ジェット気流が分流するすぐ下流域で北に高気圧、南に低気圧性循環を持つ南北双極子型構造をしていることが多い。また、ブロッキング現象は特に、太平洋と大西洋上の同じような場所で出現しやすく、一週間以上も持続することが知られている。Charney and DeVore(1979)は、このような再現性を持つ流れのパターンを、大気の流れの場を記述する方程式系での多重定常解の一つとして解釈する理論を提示した。しかし、彼らの研究で得られた定常解に伴う流れの空間パターンは、半球的な拮がりを持っているため、実際にはある領域に限定して存在するブロッキング現象を、彼らのモデルの定常解から直接に説明し得るものではない。そこで、Pierrehumbert and Malguzzi(1984)は、局所的な渦度強制を与えた場合における順圧渦度方程式の定常解であるモドン解と東西流の卓越する解が、ブロッキング現象と通常時の大気循環に対応して解釈できると考えた。しかし、この順圧渦度方程式においては、モドン解は東風中にしか存在できないため、彼らの理論もまた、西風が卓越する現実の循環場に直接適用することは困難である。

他方、ブロッキング現象が維持されるメカニズムを説明するため、Shutts(1983)は等価順圧渦度方程式に基づく数値モデルにおいて、総観規模擾乱が持つ効果について考察した。このモデルで、ブロッキング現象を念頭に置いた分流のある基本場を与え、総観規模擾乱を模した擾乱を、分流場の上流で渦度強制により発生させることで、擾乱の時間平均的作用を線形化した方程式で評価した。その結果、強制で与えられた擾乱は、分流のある基本場を維持するように働いていることが明らかになった。さらに、この効果は、擾乱が基本場によって変形することにより生ずる、擾乱に伴う渦度の収束発散によりもたらされるという eddy strainig 仮説を提唱した。さらに、Haines and Marshall(1987)は基本場として等価順圧渦度方程式の非粘性の定常解であるモドン解を用いて同様の実験を行い、やはり擾乱は、その時間平均的な作用によりモドン解を維持する傾向を持つことを示している。しかしながら、この方程式系における解の多重性や擾乱の作用が、Shutts(1983)の提唱する eddy straining によるのかどうかは明らかにされていない。

そこで本研究では、等価順圧渦度方程式に基づく数値モデルを用い、以下の問題点の検討を行う。

まず、現実的な西風中の基本場を与えた場合にもモドン解と帯状流が卓越する解が安定に存在することを検証する。次に、定常解が安定に存在した場合、Shutts(1983)と同様の手法で擾乱を発生させ、擾乱がそれぞれの定常解に対しどのような時間平均的な効果を有するのかについて調べる。Shutts(1983)やHaines and Marshall(1987)では擾乱は分流場を維持する作用を持つことが示されたが、その作用が与える擾乱の性質にどのように依存するのかについても調べる。さらに、Shutts(1983)が分流のある基本場の維持に対して提唱した eddy straining 仮説が、モドン解を基本場として与えた場合にも有効であるか否かを詳しく検討する。

2 モデル

基本となる方程式は等価順圧準地衡風渦度方程式である：

$$\frac{\partial q}{\partial t} + J(\psi, q) = k(\nabla^2 \psi^* - \nabla^2 \psi) - \nu \nabla^6 \psi \quad (1)$$

ここで、 ψ は流線関数、 k はエクマン粘性係数、 ν は数値粘性係数、 $\nabla^2 \psi^*$ は渦度強制、 $J(a, b)$ は

$$J(a, b) = \frac{\partial a}{\partial x} \frac{\partial b}{\partial y} - \frac{\partial a}{\partial y} \frac{\partial b}{\partial x} \quad (2)$$

で表わされるヤコビアン演算子である。また、ポテンシャル渦度 q は以下の式で与えられる。

$$q = \nabla^2 \psi + \beta y - \frac{1}{L_\rho^2} \psi \quad (3)$$

ここで、 L_ρ はロスビー変形半径である。

モデルは β -チャネルモデルで与え、東西方向は $x = 0, L_x$ で周期境界条件、南北境界 $y = 0, L_y$ には剛体壁を与え、そこでは南北方向の速度 $v = \partial \psi / \partial x = 0$ 及び帯状流成分 $\partial \bar{\psi} / \partial y = 0$ とする。このモデルを時間積分する際には、これらの境界条件を満たす正規直交関数系

$$\begin{aligned} \psi &= \sum_i \psi_i : i = a, k, l \\ \psi_a &= \sqrt{2} \sum_{m=1}^M \phi_{a_m}(t) \cos my \\ \psi_k &= 2 \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \phi_{k_m}(t) \cos inx \sin my \\ \psi_l &= 2 \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \phi_{l_m}(t) \sin inx \sin my \end{aligned} \quad (4)$$

を用いて式 (1) の ψ を展開し、展開係数 ϕ に対する方程式を得る。切断波数は $M=21, N=42$ とした。移流項 $J(\psi, q)$ の計算ではスペクトル変換法を用いた。また、時間積分スキームは leap frog 法である。

実験パラメーターとして以下のものを用いた。

$L_x = 42,000 \text{ km}, L_y = 10,500 \text{ km}$ (3.4節においては $21,000 \text{ km}$)

$L_\rho = 845 \text{ km}$

$\beta = 1.6 \times 10^{-11} \text{ m}^{-1}$

$k = 3 \text{ day}^{-1}, \nu = 1 \text{ day}^{-1}$ ($M=21, N=42$ で)

東西、南北方向のモデル領域の長さ L_x, L_y は、それぞれ 4π (3.4節においては 2π)、 π となるように無次元化を行う。

強制項 $\nabla^2 \psi^*$ として、この方程式で非粘性を仮定した場合における、解析的な定常解である一様流中 ($\psi = -\bar{U}y$; $\bar{U} = \text{一定}$) でのモドン解 ψ^* に相当する渦度強制を与えた。このモドン解 ψ^* は 1 次の K ベッセル関数 K_1 と J ベッセル関数 J_1 を用いて

$$\begin{aligned} \psi &= \bar{U} \left\{ r_0 \frac{K_1(kr)}{K_1(kr_0)} - r \right\} \frac{y}{r} : r > r_0 \\ \psi &= \bar{U} \frac{k^2}{\kappa^2} \left\{ r - r_0 \frac{J_1(kr)}{J_1(kr_0)} \right\} \frac{y}{r} : r < r_0 \\ \kappa^2 &= -\left(\frac{1}{L_\rho^2} + \alpha_1 \right) \end{aligned} \quad (5)$$

と書くことができる。 \bar{U} は一様流速、 r_0 はモドン半径、 r はモドンの中心からの距離、 y はモドンの中心を原点としたときの南北方向の座標、 α_1 はモドン半径内での $dq/d\psi$ に当たる定数を表し、以下の値を与えた。

$\bar{U} = 13.8 \text{ ms}^{-1}$

$r_0 = 2.430 \text{ km}$

$\alpha_1 = -3.9 \times 10^{-12} \text{ m}^{-2}$

3 結果

3.1 定常解の多重性

式 (1) の定常解を改訂マルカード法を用いて数値的に求めた。マルカード法で与える初期推定値は、モドン解及び東西一様流とした。図 1a に分岐パラメータとしてエクマン粘性係数 k を与えた場合における定常解の分岐図を示す。縦軸は運動エネルギーの波成分の値で、モドン解 (6) の運動エネルギーで規格化した。この図から定常解は常に 2 つ存在していることが分かる。エクマン粘性係数 $k = 0.1$ (1/3 日程度に相当) における、それぞれの定常解の流線を図 1b と図 1c に示す。図 1b の解はモドン解である。一方、図 1c の解は、带状流が卓越する波の振幅が小さい解であり、以後は带状流解と呼ぶ。また、この 2 つの解は線形安定性を調べた結果、 $0 < k < 1.0$ の範囲で安定に存在することが分かった。

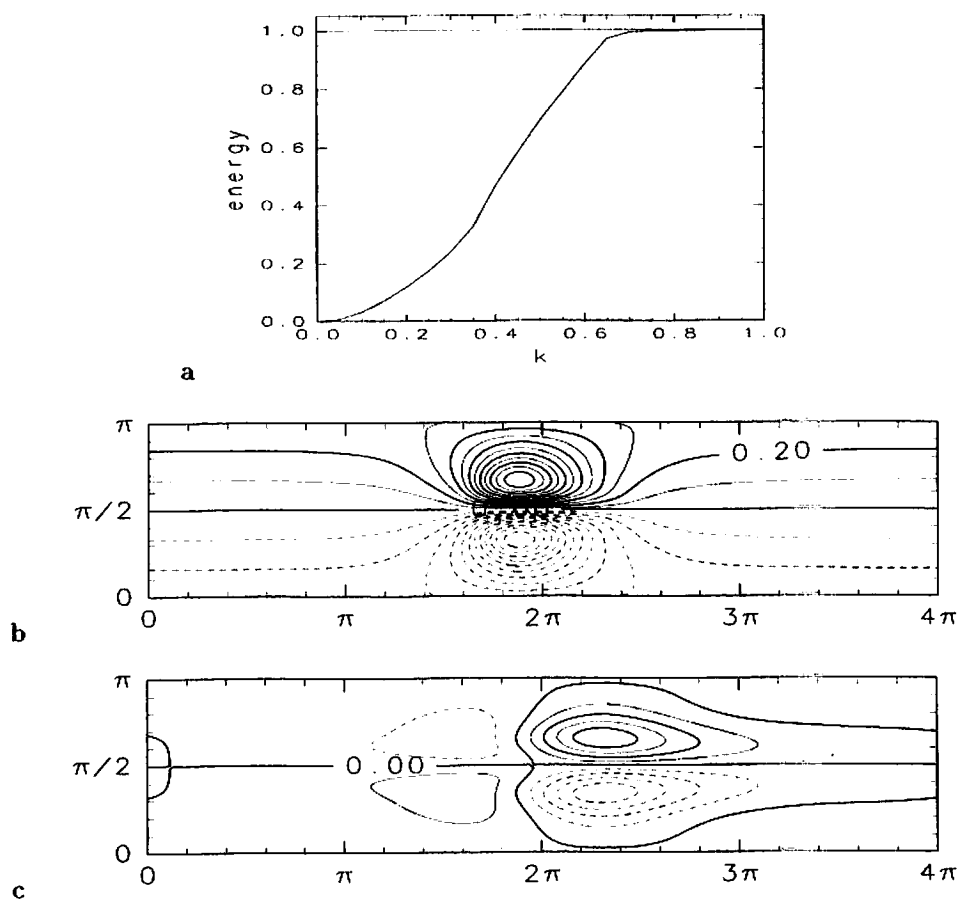


図 1a: 定常解の分岐図。横軸はエクマン粘性係数、縦軸は波成分の運動エネルギー (モドン解で規格化)。

b: 粘性係数 0.1 のときに現れる二つの解のうち、モドン解の流線関数 (基本流は除く)。負の値を点線で示す。コンター間隔 0.1。

c: 带状流解。コンター間隔 0.05。

3.2 総観規模擾乱に伴う二次流れ

このモデルでは定常解は安定であるために、総観規模擾乱に相当する擾乱は自発的には生じない。そのため、擾乱が持つ基本流への作用を評価するには、擾乱を人工的に強制する必要がある。また、Shutts(1983) に従い擾乱は十分に小さいと仮定し、擾乱の振舞いは前節で求めた定常解であるモドン解及び带状流解 ψ_0 の周りで式 (1) を線形化した方程式に従うと考える。この仮定に基づき、擾乱の振幅に相当する微小パラメータ ε で式 (1) を展開し、 ε の各オーダーの式に従い議論を進める。すなわち、 ψ, q を以下のように ε で展開し、

$$\psi = \psi_0 + \varepsilon \psi_1 + \varepsilon^2 \psi_2 \quad (6)$$

$$q = q_0 + \varepsilon q_1 + \varepsilon^2 p_2 \quad (7)$$

さらに、 $\nabla^2 \psi^*$ を F_0 、擾乱を強制する渦度強制を F_1 と記述し、強制項として

$$F = F_0 + \varepsilon F_1 \quad (8)$$

と仮定する。これらを式 (1) に代入し、 ε の次数で整理する。まず、 $O(\varepsilon^0)$ 次の式は、

$$J(\psi_0, q_0) = F_0 - k \nabla^2 \psi_0 - \nu \nabla^6 \psi_0 \quad (9)$$

となる。これは前節で求めた定常解が従う式である。次に $O(\varepsilon^1)$ 次の式は、

$$\frac{\partial q_1}{\partial t} + J(\psi_1, q_0) + J(\psi_0, q_1) = F_1 - k \nabla^2 \psi_1 - \nu \nabla^6 \psi_1 \quad (10)$$

であり、擾乱の時間発展はこの式で記述される。擾乱の強制力として与える強制 F_1 としては、Shutts(1983) に従い、

$$F_1 = \hat{F}_1 \sin\left\{\frac{\pi(x-x_0)}{\Delta x}\right\} \cos\left\{\frac{3\pi(x-x_0-\bar{U}t)}{\Delta x}\right\} \sin\left\{\frac{\pi(y-y_0)}{\Delta y}\right\} \quad (11)$$

とした。ここで、 x_0, y_0 はそれぞれ東西、南北方向の強制の中心位置、 $\Delta x, \Delta y$ はそれぞれ東西、南北方向の擾乱の強制域の幅、 \bar{U} は擾乱の進む背景風の速度 ($\bar{U} = \text{一定}$) を示している。さらに $O(\varepsilon^2)$ 次の式は、

$$\frac{\partial q_2}{\partial t} + J(\psi_0, q_2) + J(\psi_2, q_0) = -J(\psi_1, q_1) - k \nabla^2 \psi_2 - \kappa \nabla^6 \psi_2 \quad (12)$$

となり、右辺第一項の $-J(\psi_1, q_1)$ という項は、擾乱に伴う渦度フラックスの発散量 $\nabla \cdot (v_1 q_1)$ に相当し、式 (11) より求められる。さらに、ここでは基本場に対する擾乱に伴う時間平均の効果を考えるため、式 (13) を時間平均した

$$\overline{J(\psi_0, q_2)} + \overline{J(\psi_2, q_0)} = -\overline{J(\psi_1, q_1)} - \overline{k \nabla^2 \psi_2} - \overline{\kappa \nabla^6 \psi_2} \quad (13)$$

について考察する。式 (14) は形式的には、

$$A(\psi_0)x = f \quad (14)$$

と書け、強制 f に対する ψ_2 から成るベクトル x の定常応答問題として記述することができる。式 (15) での f は (14) 式での $-J(\psi_1, q_1)$ の項を表現し、左辺 $A(\psi_0)x$ はそれ以外の項を表現したものである。

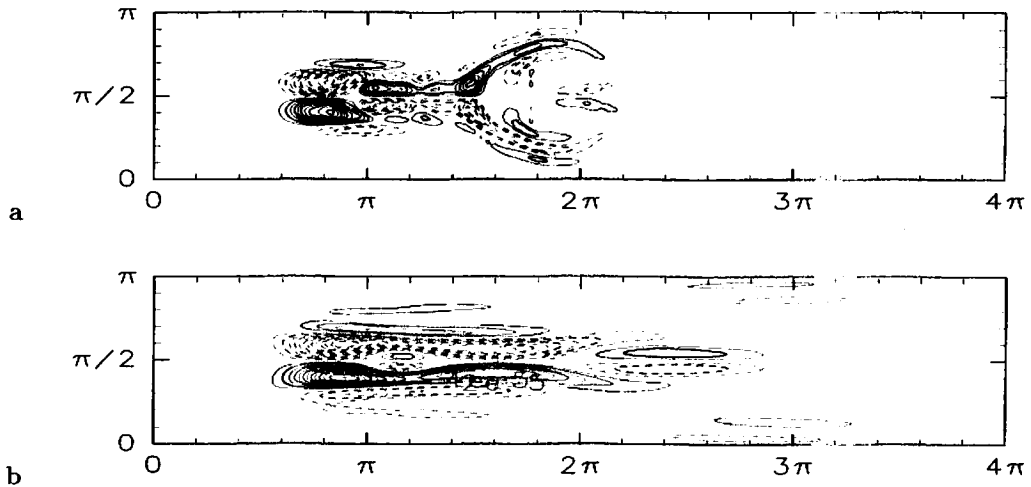


図 2: 15 日間平均した擾乱に伴う渦度フラックスの発散場 $\nabla \cdot (v_1 q_1)$ 。点線は渦度フラックスの収束域を表す。コンター間隔はともに $1.0 \times 10^{-5} \text{ s}^{-2}$ 。

- a モドン解を基本場とした場合。
- b 帯状流解を基本場とした場合。

図2に約15日間の平均を取った $\overline{f(\psi_1, q_1)}$ の分布を示す。図2aは、モドン解を基本場とした場合で、基本流が分流するすぐ上流において北で正の渦度を強制し、南で負の値を持つ双極子構造となる。一方、図2bは帯状流解を基本場とした場合で、渦強制を与えた位置 $x = \pi/2$ から南で正・北で負となる構造がモドン解の場合と比較して下流まで伸び、帯状流解に見られる弱い高・低気圧の南北双極子構造が現れる $x = 2\pi$ 付近のすぐ上流では北で正・南で負と逆転している。次に図2に相当する強制を式(15)で f として与え、モドン解と帯状流解に対する二次流れ ψ_2 を求めた(図3)。モドン解を基本場とした場合(図3a)、誘起される流れは、北に高気圧、南に低気圧の双極子構造を持つ。一方、帯状流解を基本場とした場合(図3b)は、全体的に帯状流が卓越し、より下流に弱い高・低気圧の双極子構造が存在する。以上のことから、擾乱に伴う時間平均した渦度フラックスにより誘起される二次流れには、定常解を維持する効果があることが分かる。

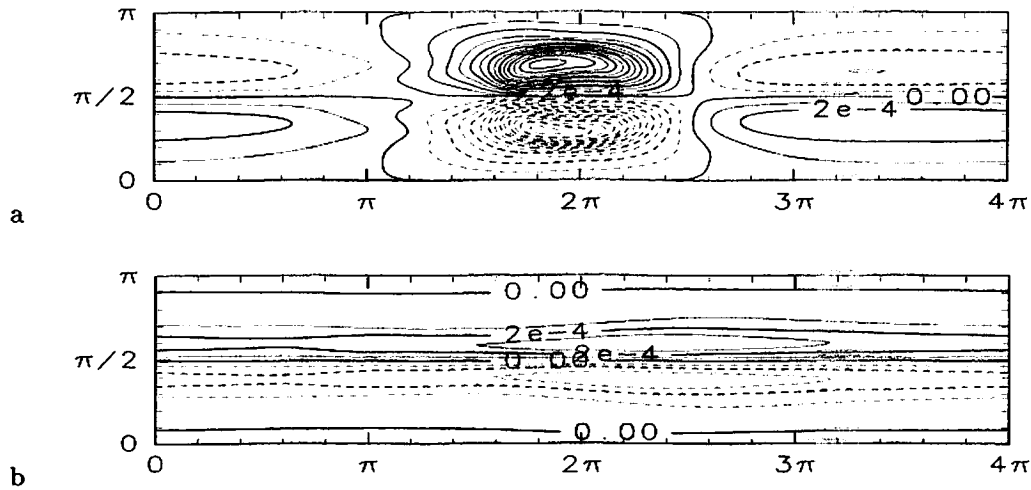


図3: 擾乱に伴う二次流れ ψ_2 。
a モドン解を基本場とした場合。
b 帯状流解を基本場とした場合。

3.3 特異値分解

ここでは、特異値分解 (singular decomposition) の手法を用い、二次流れ ψ_2 の構造がどのように決定されるかを調べる。まず、式(15)で表現される強制 f に対する定常応答問題において、行列 A の特異値分解を用いると、二次流れ ψ_2 を表すベクトル x は、

$$x = \sum_i^n \frac{(f, u_i)}{\sigma_i} v_i \quad (15)$$

と書くことができる (Navarra 1993)。ここで、 σ_i は行列 A の特異値 (singular value)、 v_i 、 u_i はそれぞれ A の右特異ベクトル (right singular vector)、左特異ベクトル (left singular vector) であり、

$$A^t A v_i = \sigma_i^2 v_i \quad (16)$$

を満たす。ここでベクトル $\{v_i\}$ ($\{u_i\}$) は正規直交系を成している。

二次流れ ψ_2 を右特異ベクトル v_i で分解した式(16)から、最小特異値 σ_1 に対応する右ベクトル v_1 のパターンが ψ_2 において卓越するのは、最小の特異値 σ_1 が他の特異値に比べて非常に小さい場合、または強制 f の u_1 への射影が大きい場合のいずれかであることが分かる。前者の効果が優勢であれば、二次流れのパターンを決めているのは行列 A の性質であって、強制とは無関係に決定されることが分かる。他方、後者の効果が優勢であれば、強制によって二次流れのパターンが決まっていると判断できる。

図4aに、モドン解の場合での特異値の分布を示す。この図から、特異値の最小値である σ_1 は2番目に小さい特異値 σ_2 と比較して一桁近く小さく、最小特異値 σ_1 に対応する右特異ベクトル v_1 が ψ_2 のパターンにおいて支配的であることが期待できる。このことは図4bに示した v_1 が二次流れ ψ_2 に酷似していることで確認できる。さらに、強制 f の u_1 への射影は、他の固有モードのそれに比べて特に大きくはなく、モドン解の場合には、基本

流の持つ性質により二次流れの場 v_2 の構造が決定されていることが分かる。一方、帯状流型の解の場合はモード解ほど顕著ではないが、最小特異値は2番目以降の特異値に比較して明らかに小さい(図4c)。また、この特異値に対応する右特異ベクトル v_1 には南北反対称な構造が見られ、 v_2 の特徴を表現している(図4d)ため、この場合も、二次流れの場は強制によらず決定されていることが分かる。

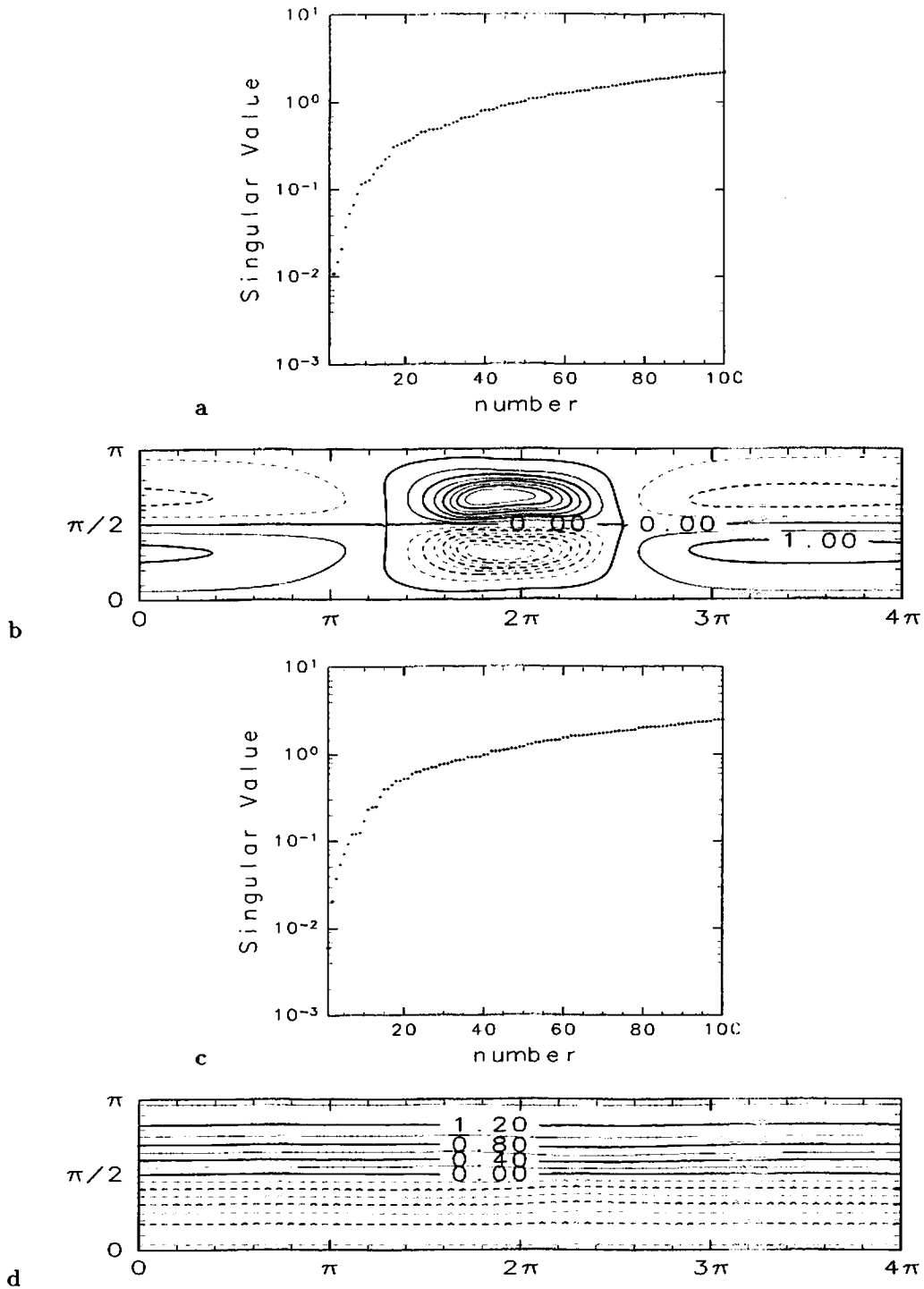


図4a: モード解を基本場とした場合の特異値分布。特異値 σ_i が小さい順に100まで取った。縦軸に特異値を示す。
 b: モード解を基本場とした場合の最小特異値に対応する右特異ベクトル v_1 。コンター間隔は0.5。
 c: 帯状流解を基本場とした場合の特異値分布。
 d: 帯状流解を基本場とした場合の最小特異値に対応する右特異ベクトル v_1 。コンター間隔は0.2。

3.4 変形を受けた擾乱の基本場への作用

次に、モドン解の基本流を仮定した場合に、Shutts(1983)の提唱した eddy straining 仮説により、擾乱の作用を説明できるかどうかについて検証する。この eddy straining 仮説では、図 2a に見られたような渦度強制の生成を以下のように説明する。

まず、基本場の構造により、擾乱は南北方向に伸び、東西方向には縮むという変形を受ける。このことは、基本場が分流する付近で局所的に擾乱の水平スケールが小さくなり、エンストロフィーが増大することを意味する。従って以下では、擾乱のエンストロフィー方程式を用いて考察する。

消散がある場合における、擾乱に対する時間平均したエンストロフィー方程式は、基本場 (\bar{q}, \bar{V}) と擾乱成分 (q', V') に分けて書くと、式 (11) より、

$$\bar{V} \cdot \nabla \frac{1}{2} \overline{q'^2} + \overline{q'V'} \cdot \nabla \bar{q} + \nabla \cdot \left(\frac{1}{2} \overline{q'^2 V'} \right) = -k \overline{q'^2} \quad (17)$$

となる。時間平均を充分長く取ると左辺第一項は無視でき、さらに擾乱成分が小さいと仮定すると三次の項である左辺第三項は無視できる。また、等エンストロフィー領域が存在すると仮定し、式 (18) をその領域で積分すると、

$$\int_{\bar{q}=\text{一定}} \overline{q'V'} \cdot \nabla \bar{q} \, dx dy = -k \int_{\bar{q}=\text{一定}} \overline{q'^2} \, dx dy \quad (18)$$

となる。式 (19) の右辺は必ず負になることから、擾乱のエンストロフィーが大きい領域では基本場の渦度傾度と擾乱の渦度フラックスの向きは逆になる傾向にあることを示している。実際、基本場が分流する領域の上流では基本場の渦度傾度は北向き（正）であるため、擾乱の渦度フラックスは南向きであることが式 (19) より要請される。これは、渦度フラックスの発散域が北にあり、収束域が南にあるということに対応している。

モドン解を基本場として与えた場合の、分流域のすぐ上流で、北に発散、南に収束を持つ渦度フラックスが生じた場合における式 (18) の左辺第二項を、擾乱のエンストロフィーのコンター（影にした部分）に重ねて図 5 に示した。これより、エンストロフィーが局所的に大きくなっている $(x = 5\pi/6, y = \pi/2)$ 付近で、フラックスの値が負になっていることが分かる。この場合は、エンストロフィーの等値線が閉じているので、式 (18) のバランスが成り立ち、粘性消散に対してバランスするように、擾乱の渦度フラックスが基本場の渦度傾度（北向き）とは逆方向を向いていると考えられる。従ってこの場合は Shutts(1983) の eddy straining 仮説が成り立っている。

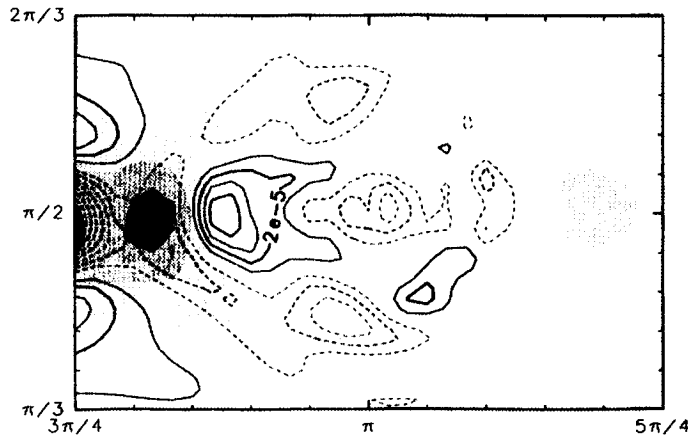


図 5: エンストロフィー方程式における擾乱のフラックス項 $\overline{q'V'} \cdot \nabla \bar{q}$ 。モドン解の近傍のみ示す。影をつけた部分はエンストロフィー $\frac{1}{2} \overline{q'^2}$ の等値線。

しかし、この eddy straining 仮説によるバランスが成り立っていない場合も存在した。図 6a は、同じモドン解で、擾乱の強制の位置をより上流に置いた場合の渦度フラックスの発散場である。この場合には、擾乱は東西方向にスケールが小さくなるような変形があまり起きない。このため、渦度フラックスは、分流の上流域の北で収束し、南で発散する構造となり、基本場の分流を弱める方向に働く。実際に図 6b には、図 5 に示した場合のようにエンストロフィーが局所的に大きい領域はなく、式 (19) 式のバランスは成り立っていないことが分かる。従って、この場合は eddy straining 仮説は働いていないと考えられる。

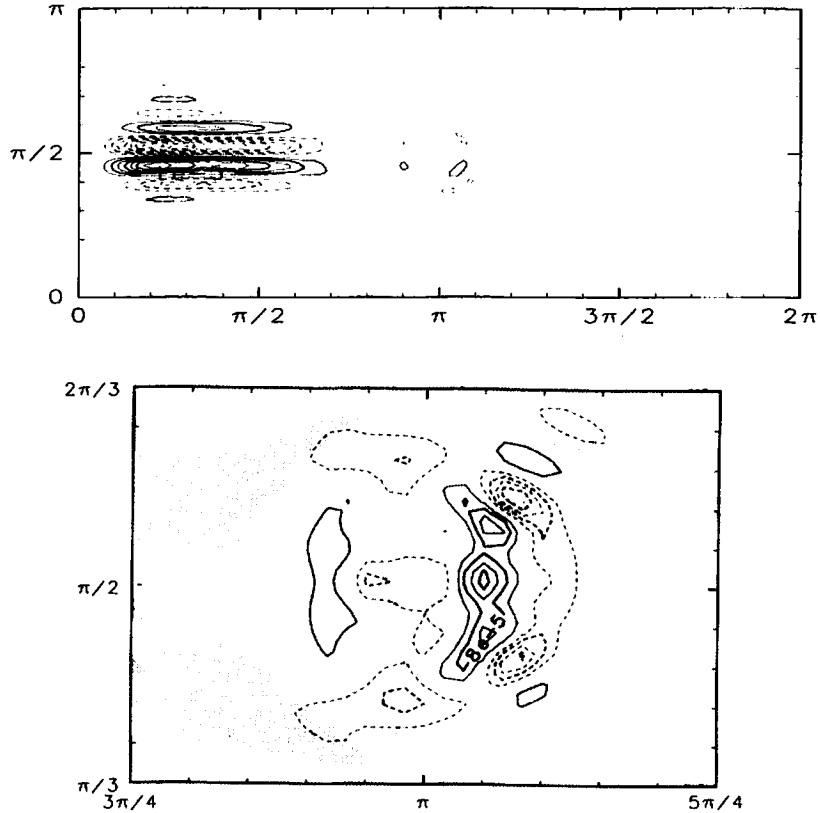


図 6a: 擾乱を上流に置いた場合の渦度フラックスの発散場。点線は収束を表す。

b: エンストロフィー方程式における擾乱のフラックス項。影をつけた部分はエンストロフィーの等値線。

4 まとめ

対流圏中高緯度で観測されるブロッキング現象の生成・維持のメカニズムを理解するため、等価順圧渦度方程式を用いて数値実験を行った。まず、この方程式系で非粘性の場合の定常解であるモドン解に相当する渦度強制を局所的に与え、粘性係数をパラメータとして定常解の分岐を調べた。その結果、広いパラメータ領域でモドン解の他に帯状流の卓越する定常解が存在することが示された。

次に、これら二つの定常解を基本場として与えた線形化方程式で、総観規模擾乱を模した擾乱が、時間平均の効果として基本場にどのような効果を及ぼすかを調べた。擾乱に伴う二次流れは、モドン解の場合は南北双極子構造、帯状流解の場合には振幅の弱い南北反対称な流れの構造を持つ。このことから擾乱はモドン解、帯状流解とともに維持する働きをしていることが分かる。

また、線形化した二次流れの式に特異値解析を行うことにより、こうした二次流れの形成には、与える擾乱の性質にはあまり依存せず、それぞれ定常解である基本流が持つ固有の性質であることが示された。

さらに擾乱の変形と、分流場を維持するように作用する、擾乱の渦度フラックスの発散場との関係について考察した。モドン解を維持するような二次流れを誘起する場合には、分流域の上流に、北に渦度フラックスの発散、南に収束が現れた。これは Shutts(1983) や Haines and Marshall(1987) の結果と一致している。さらにエンストロフィー方程式のバランスから、分流のある基本場で有効であった Shutts(1983) の eddy straining 仮説が、モドン解においても矛盾なく適用できることが確認された。しかしながら、基本場の分流による変形の効果あまり有効でない場合は逆にモドン解を弱めるように擾乱の渦度フラックスが働く場合も存在した。この場合、エンストロフィーが極大となる領域はない。そのため、この場合には eddy straining 理論で説明されるようなエンストロフィーとバランスする渦度フラックスの発散はなく、ブロッキング解を維持しないことになる。

このように、擾乱は微妙なバランスによりブロッキングを維持しているようである。今後は、さらに詳細な解析を進め、擾乱の作用をより明確にしたい。

参考文献

- Charney, J.G. and J.G.DeVore. 1979: Multiple flow equilibria in the atmosphere and blocking. *J. Atmos. Sci.*, **36**, 1205-1216.
- Haines, K. and J. Marshall. 1987: Eddy-forced coherent structures as a prototype of atmospheric blocking. *Q. J.R.Meteor.Soc.*, **113**, 681-704.
- Navarra, A.. 1993: A new set of orthonormal modes for linearized meteorological problems. *J. Atmos. Sci.*, **50**, 2569-2583.
- Pierrehumbert, R.T. and P.Malguzzi. 1984: Forced coherent structures and local multiple equilibria in a barotropic atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, **41**, 246-257.
- Shutts, G.J.. 1983: The propagation of eddies in diffluent jetstreams: eddy vorticity forcing of 'blocking' flow fields. *Q. J.R.Meteor.Soc.*, **109**, 737-761.