

# 季節内振動によって励起されたケルビン波

九州大学・応用力学研究所  
和方吉信 (WAKATA Yoshinobu)

## 要 旨

季節内振動に関連した40日周期で振動する風応力を駆動力とし、海洋大循環モデルを解いた。この風応力により励起された赤道ケルビン波の温度振幅は、赤道を挟み南北に二つのピークが存在していた。また、速度振幅は温度躍層の上下に、二つのピークをもっている。つぎに、波動励起の問題を考察した。40日程度の短い時間スケールの強制にも拘わらず、海洋の応答をみると、鉛直方向にモードに似た構造が急速に形成され、約3 m/sの速度で波動が東進し始める。この励起機構を海面と温度躍層の間の準共鳴から解釈し、モード形成が海面と海底の間ではなく海面と温度躍層の間の小さい共鳴器であるため、短期間でモード形成が可能であることを示した。また、傾圧第2モードの場合、共鳴器は海底と温度躍層の間であるため、海面からの励起には時間を要する。

## 1. 序論

赤道域の大気には、季節内振動またはマッデン・ジュリアン振動(MJO)と呼ばれている約40日周期で変動する気象変化が知られている (Madden and Julian, 1971, 1972)。Enfield (1987)は、この季節内振動現象に関連し、海上風つまり海洋を駆動する風応力が変動して、海洋赤道波を励起することを示した。また、Kessler et al.(1995)は、この風応力の変動により、赤道域の太平洋西部で海洋赤道ケルビン波が励起され、太平洋東部まで東進することを、熱帯海洋全球大気研究計画 (Tropical Ocean and Global Atmosphere: TOGA)より得られたデータから示した。東西に周期的な波を仮定した2次元問題により、McPhaden et al. (1986,1987) やJohnson and McPhaden (1993a,b)はこの問題を数値的に解き、波動の構造を議論している。Johnson and McPhaden(1993a)は、複素EOFを利用してTOGAデータから波動の構造解析も行っている。そこで、本研究の第1の目的は、海洋大循環モデルを用いこの赤道ケルビン波の構造を調べることにある。そして第2の目的は、比較的短い期間の風応力で、約3 m/sの位相速度とモード的な鉛直構造をもつ波動の励起が、どうして短期間で可能なのかを議論することにある。

## 2. 40日周期の風応力に対する海洋の応答

赤道域の西部太平洋上に卓越する季節内振動に伴う海上風の海洋への応答を調べるため、Hellerman and Rosenstein (1983) が編纂した気候値の風応力に、下記のような40日周期で変動する成分を重ね合わせて作成した風応力を外力とし、海洋大循環モデル(MOM)を解いた。静止状態から気候値の風応力を用い6年間走らせ、その後2年間ほど40日周期で変動する風応力を用い解いた。

$$\tau'_x = 0.2 \exp \left( -\left( \frac{x-100^\circ}{80^\circ} \right)^2 - \left( \frac{y}{15^\circ} \right)^2 \right) \sin(2\pi t / 40 \text{days}) \quad \text{dynes/cm}^2, \\ 100^\circ \leq x \leq 160^\circ, \quad \dots (1)$$

図1に海面から346m深まで鉛直に平均した熱容量アノマリーを、赤道に沿った時間-経度断面により示す。西太平洋においてケルビン波が励起され、東進している様子がよくわかる。その伝播速度は約2.2 m/sで160° 以東では風強制がないので、自由ケルビン波として伝播できる。次にこの波の構造をスペクトル解析を用いて調べた。2年間分のデータをフーリエ展開を用いて振幅と位相を調べた。

40日周期成分の温度の振幅と位相を図2に示す。温度の振幅のピークはMatsuno (1964)の一樣な平均場における解析解のように赤道の真上にはなく、赤道をはさんで南北に二つ存在する点が興味深い。これは、平均場の温度の鉛直勾配がこの場所で一番大きいため、鉛直移流が大きく働くためと考えられる。速度の振幅と位相を図3に示す。振幅は温度躍層をはさんで上下に現れている。また、位相は下層に行くほど大きくなり、波が下方から上方に伝播していることがわかる。下方から上方への伝播は、自由ケ

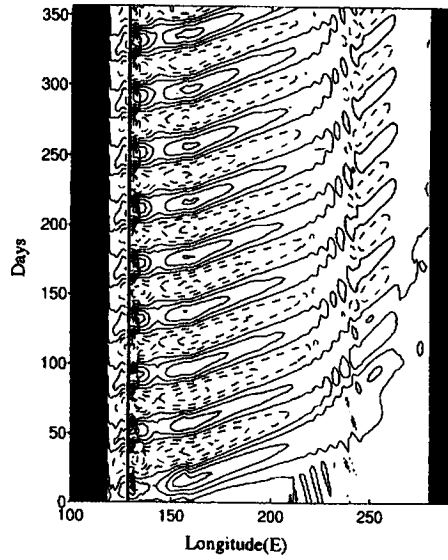


図1 赤道に沿った熱容量アノマリーの  
時間-経度断面図

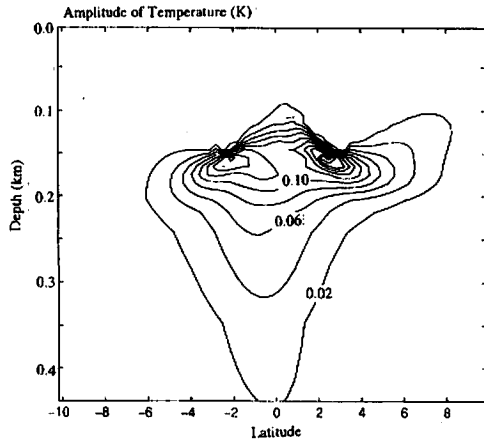


図2a 西経160°における温度の振幅

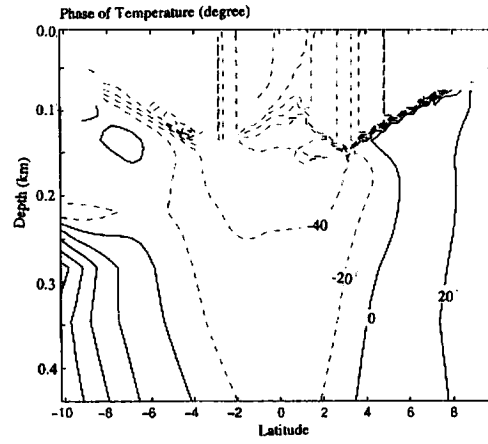


図2b 西経160°における温度の位相

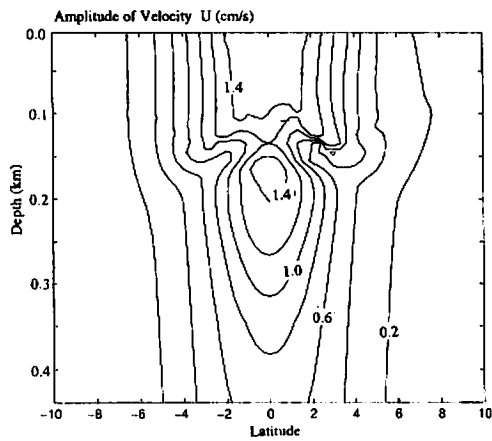


図3a 西経160°における速度の振幅

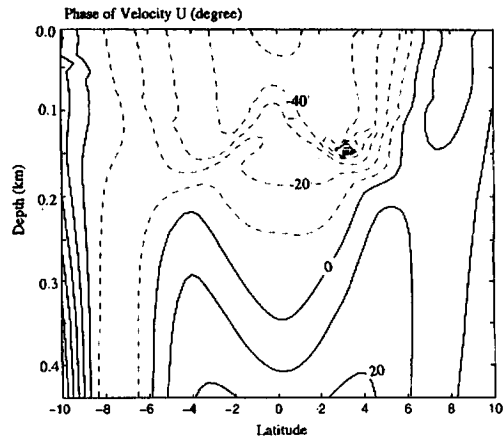


図3b 西経160°における速度の位相

ン波の鉛直方向の位相速度と群速度の符号は逆なので、エネルギーが上方から下方へ運ばれていることを示す。

### 3. 鉛直1次元問題

ここで、前章で示したケルビン波の励起問題を考えてみよう。大循環の結果からわかるように、太平洋西部において波動は比較的短期間にモード的な性質を持ち有限振幅に達している。ケルビン波の比較的速い東向きの位相速度を考えると、西太平洋の強制域を、1ヶ月程度で抜け出てしまう。このようなケルビン波の励起過程を調べるため、問題を簡略化するため鉛直1次元問題を考える。

#### (a) 強制解

外部強制により励起された波動の応答をここで、整理の意味も含め纏めておこう。赤道波の問題は、平均場が一様であれば変数分離が可能である。実際の海洋波動の励起問題を考える場合、風応力に対して同時に種々の波が励起されるが、それらの波動を別々に解くことが可能である。そこで、東西に周期的な波動を考え、次のように変数分離を行う。 $u = U(y)R(z) \exp(ik(x-c_m t))$ ,  $v = V(y)R(z) \exp(ik(x-c_m t))$ ,  $p/g = P(y)R(z) \exp(ik(x-c_m t))$ , そして  $w = W(y)S(z) \exp(ik(x-c_m t))$  と置く。この鉛直構造関数は、次式に従う

$$\frac{d^2 S_m}{dz^2} + \frac{N^2}{c_m^2} S_m = 0, \quad (2)$$

ここで  $C_m$  は変数分離常数で、鉛直波数  $m$  の波の水平位相速度に対応する。プラント・バイサラ振動数  $N$  は次のように仮定する

$$N^2 = A \exp(-(z-z_0)^2/H^2) + 0.1 \times 10^{-5}, \quad (3)$$

ここで  $Z_0$  は温度躍層の深さで、 $A$  は温度躍層の温度傾度の強さを、 $H$  は躍層の幅を表す。これらの代表的な値は  $A=5 \times 10^4$ ,  $z_0=150\text{m}$ ,  $H=80\text{m}$ , そして  $z_b=5000\text{m}$  である。 $R(z)$  は次式をみたとす。

$$R_m = -c_m^2 \frac{dS_m}{dz}. \quad (4)$$

方程式(2)は以下の境界条件を海面と海底で満たさなくてはならない。

$$S_m - \frac{c_m^2}{g} \frac{dS_m}{dz} = 0 \quad \text{at } z=0, \quad (5)$$

$$S_m = 0 \quad \text{at } z = -z_b, \quad (6)$$

ここで  $g$  は重力加速度パラメータで、 $z_b$  は海底の深さで5000mを用いた。式(5)の第2項は、傾圧モードの場合は無視できる。ここでは、後の議論のために直接に固有値問題を解く代わりに、海面における上下運動  $w = W_0 \exp(ik(x-c_m t)) \cdot \exp(-\beta k y^2 / 2 \omega)$  の応答問題を解いた。表面における境界条件は以下のように置き直される

$$S_m = W_0 \quad \text{at } z=0 \quad (7)$$

海洋上層近くの波の大きさは、 $-H_0$  (500 m) から海面までの波の全エネルギーを調べることから知ることができる。

$$\hat{E} = \int_{-H_0}^0 \frac{1}{2} \rho_0 \left( \overline{u'^2} + \frac{g^2}{N^2} \overline{\left( \frac{\rho'}{\rho_0} \right)^2} \right) dz. \quad (8)$$

ここでバーは赤道に沿った経度平均を意味する。上下運動による強制を速度 (C) で東に動かす。温度躍層の鉛直温度傾度と強制の移動速度を変化させた場合の、式(8)で定義された波のエネルギーを図4に示す。波数は代表値として  $k_0 = 6.3 \times 10^7$  (対応する波長は  $1 \times 10^4$  km) とし、海面での上昇下降運動を  $W_0 = 1 \times 10^6$  m/s とした。任意の波数や上下運動の強度における応答は、 $E = \hat{E} \times (W^*/W_0)^2 (k_0/k^*)^2$  の変換を行えば得られる。任意の  $k$  と  $C$  の組み合わせに対し、波動が  $\omega = c k$  の関係を満たさなくてはならないので、波の周期 ( $T = 2\pi/(kC)$ ) は、この図の中で変化している。例えば、 $k = k_0$  において、 $C = 3$  m/s ならば、周期は38.5日である。もし、周期を40日に固定すると図4の結果を  $E = \hat{E} \cdot k_0^2 \cdot (T_0 C / 2\pi)^2$  のように変換すればよい。この場合は、波長が変化することになる。この応答は、図4にくらべ、大きな  $C$  に対して振幅は大きくなり、逆に小さな  $C$  に対しては小さくなる。しかし、ピークの位置は変化せず全体の傾向は、ほぼ図4と同じである。大きな振幅を示す幾つかのピークの枝は、共鳴によるものである。移動速度の一番大きな  $C$  に対応する枝は、第1傾圧モードに対応し、小さくなるにつれて、第2、第3傾圧モードに対応する。赤道域の代表的な成層パラメータが  $A = 5 \times 10^{-4}$  の場合、 $C$  は3.1 m/s となり、赤道域の代表的な第1傾圧ケルビン波の位相速度を与える。

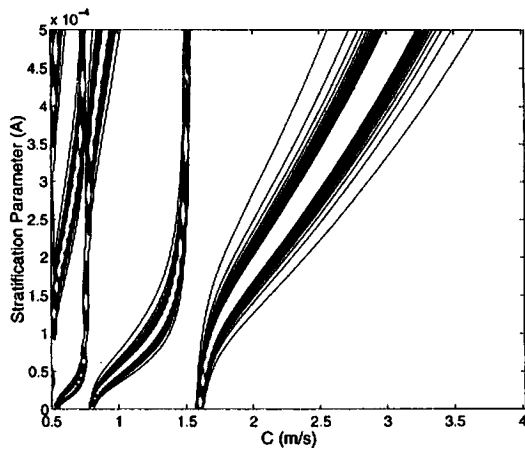


図4 強制問題の応答

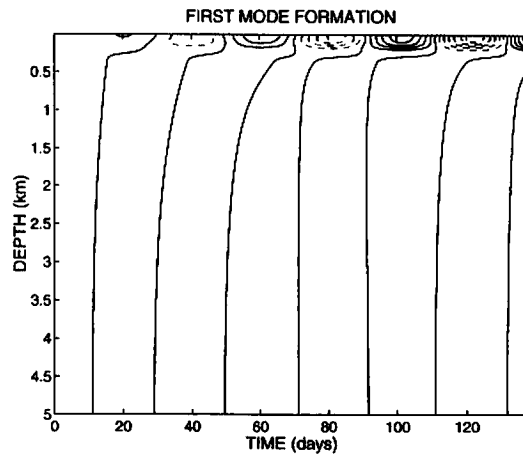


図5 海面から強制した場合 ( $c = 3.1$  m/s)

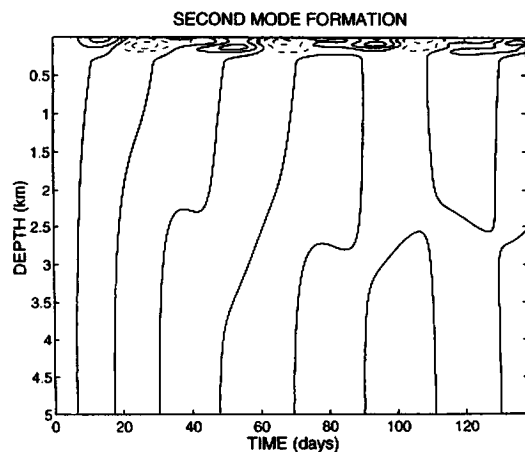


図6 海面から強制した場合 ( $c = 1.5$  m/s)

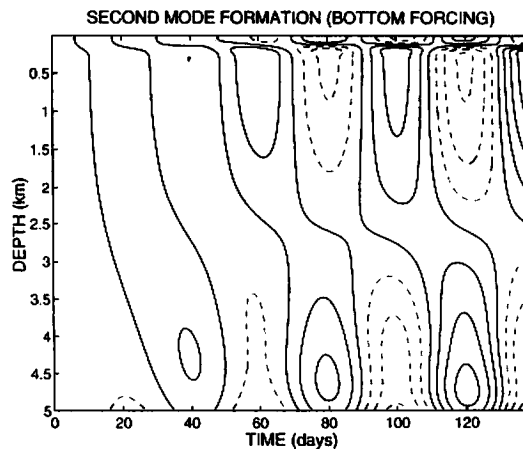


図7 海底から強制した場合 ( $c = 1.5$  m/s)

(b) 共鳴解

ここで、波動励起の本題に戻ろう。前節の強制解は瞬時に現れるわけではない。どのくらいの時間を要するのだろうか。この問題を議論するためには、波の共鳴励起に要する時間を評価すればよい。一般的に、波動の共鳴励起は時間に比例して成長する(Tung and Lindzen (1979), Pedlosky (1981), Wakata and Uryu (1984))。海洋ケルビン波もその例外ではない。 $N^2$  が一様な場合を考えよう。強制力として、海面で次のような上下運動を想定する。

$$W = W_0 \exp(i(k_0 x - \omega_0 t)) \exp(-(\frac{\beta k_0}{2\omega_0} y^2)) \quad \text{at } z=0. \quad (10)$$

海底での境界条件は

$$W = 0 \quad \text{at } z=-H. \quad (11)$$

である。方程式(2)を満たす特別解は

$$W_S = W_0 \left( \cos(\frac{Nk_0 z}{\omega_0}) + \cot(\frac{Nk_0 H}{\omega_0}) \sin(\frac{Nk_0 z}{\omega_0}) \right) \exp(i(k_0 x - \omega_0 t)) \exp(-(\frac{\beta k_0}{2\omega_0} y^2)) \quad (12)$$

である。もし、次の条件を満たすとき、共鳴をおこす。

$$\frac{Nk_0 H}{\omega_0} = n\pi \quad n=1,2,\dots \quad (13)$$

強制の振動数  $\omega_0$  が自由波の振動数  $\omega$  に等しい場合、波の振幅は無限大になる。この振動数  $\omega$  は傾圧モードの固有値 ( $NkH/n\pi$ ) である。振動数がとびとびの値でのみ、共鳴が起こるのは、ある種の量子化に対応する。この共鳴に要する時間は、ロピタル則を用いれば、容易に推定することができる(Tung and Lindzen (1979))。前式(12)に、初期条件を満たすように、特別解と逆符号の斉次解を加えておく。

$$W = W_S - W_0 \left( \cos(\frac{Nk z}{\omega}) + \cot(\frac{Nk H}{\omega}) \sin(\frac{Nk z}{\omega}) \right) \exp(i(kx - \omega t)) \exp(-(\frac{\beta k}{2\omega} y^2)) \quad (14)$$

ここで  $k$  と  $\omega$  は傾圧モードの分散関係を満たす。もし、 $k_0=k$  として、 $\omega_0 \rightarrow \omega$  の極限を考えロピタル則を用いると、共鳴解は次のようになる

$$W = W_0 \left( \cos(\frac{Nk z}{\omega}) \frac{z}{H} + \frac{i\omega^2 t}{NkH} \sin(\frac{Nk z}{\omega}) \right) \exp(i(kx - \omega t)) \exp(-(\frac{\beta k}{2\omega} y^2)) \quad (15)$$

右辺の括弧の中の第2項をみるとわかるように、この波は時間に比例して成長し、その係数は  $\omega^2/(NkH) = C_{gz}/H$  である。ここで、 $C_{gz}$  は群速度の鉛直成分である。つまり、波の成長の時間は、波群が海面と海底の間を往復する時間スケールで決まる。従って、群速度が大きいか、海洋の深度が浅い場合、波は早く成長可能である。高次モードほど、群速度が小さくなるので、励起に時間が掛かる。x 方向に周期的でなく、強制域がある領域に局在する場合、その振る舞いは式(15)の解の時間  $t$  を  $x/c$  に置き換えることにより、知ることができる。この場合、波は距離  $x$  に比例して増加する。この解は、ちょうど(15)の解を、速度  $C$  で波と一緒に動きながら波をみたことと同じである。もちろん、この解は直接、

$\omega_0 = \omega$  と固定して、ロピタル則を用い  $k_0 \rightarrow k$  の極限をとれば、直接得ることもできる。

### (c) 時間発展解

実際の海洋では成層パラメータ  $N^2$  が一定ではないため、前節のように解析的な手法は採用できない。そこで式(3)において  $A=5 \times 10^{-4}$  を採用して、南北流速をゼロと仮定し、赤道  $\beta$  平面近似をした方程式系から、変数消去して以下のような  $w$  のみの方程式を得ることができる。

$$w_{zztt} - N^2 k^2 w = 0 \quad (16)$$

このとき、波数  $k$  は  $k=2\pi/(CT_0)$  ( $T_0=40$  days) である。初期条件としては、静止状態を想定し、境界条件として海面で上下運動  $W_0=1 \times 10^{-6}$  m/s の強制を移動速度 3.1 m/s で東に動かす。この場合、波は素早く形成されているのが分かる (図5)。一方、第2傾圧モードに対応する 1.5 m/s で動かした場合、波動は急速には形成されていない (図6)。この理由は前節の議論から考えることができる。つまり、共鳴には、群速度と共鳴器のサイズが重要である。もし、Gent and Luyten (1985) が指摘したように、温度躍層が波の反射として作用し、海面と温度躍層の間が共鳴器であるなら、サイズは僅か 100m 程度であり、急速に励起される理由がわかる。第2モードの共鳴器が、温度躍層と海底であるとすると、躍層を透過して海底から反射してくるの必要があり、その励起に時間が掛かるのも仕方がない。この推測を確かめるために、次のような実験をすればよい。海底から波を励起してみる。その結果が図7である。この場合、図6と比べ、明らかにモードが容易に形成されていることがわかる。

## 5-2 水深無限の海洋の場合

前章のように波動の鉛直伝播が見られるように時間的に変動していることを考慮し、また前節のように海底の存在が波の励起の初期段階では重要でないのであれば、海底を無限に深いと考えてもよいはずである。つまり、下端で放射境界条件を想定するのである。波動の伝播は、もちろん多くの鉛直モードの重ね合わせで表現できるが、これでは物理的な意味を考えるのは難しい。しかし、下端の制限を除くことにより、一つの解により波動伝播の特徴も再現でき波の位相などを考える上で都合がよい。前節の問題の境界条件を以下のような条件に変更する。

$$S_m = \hat{S} \quad \text{at } z=0, \quad (17)$$

$$\frac{dS_m}{dz} + i \frac{N}{c_m} S_m = 0 \quad \text{at } z=-z_b, \quad (18)$$

図4に対応する波のエネルギーを図8に示す。下端が存在しないにも拘わらず、強制の移動速度が  $C=3.1$  m/s のとき、準共鳴的に波は大振幅になる。強い成層の場合の、移動速度 3.1 m/s の場合の解を図9に示す。波の振幅は海洋上層に限定され、位相は大循環モデルで示されたようにエネルギーが下方に運ばれる方向に傾いている。このことは、大半のエネルギーが海面近くに捕捉され、一部が海底に漏れている状況を示す。ここで、位相速度は海面と温度躍層の間を共鳴器とする共鳴条件として解釈することができる。似たような状況は、大気にも存在する。逆転層が存在した場合の、内部重力波の水平伝播がある。鉛直波長が地面と温度逆転層の間の距離の4倍となる共鳴条件を満たすと、内部重力波は遙か遠くまで伝わることを示している (Lindzen and Tung (1976))。

傾圧第2モードの場合、固有関数は海底まで大きな振幅をもつことが分かっている (Moore and Philander, 1977)。図8は図4と比べ、第2モードに対応するピークが無いことがわかる。このことは、海底全体を共鳴器としている高次のモードは、短い期間しか継続しない強制では、容易に励起できないことがわかる。

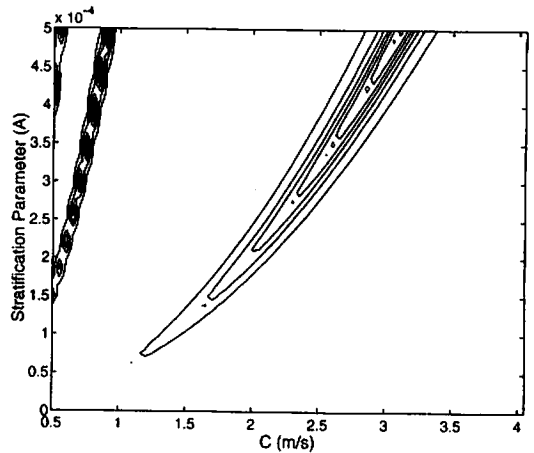
波動が強制域から離れ遠く伝播していく場合、上層に蓄積されたエネルギーは、温度躍層を透過して深層に漏れていく。上層のエネルギーの減衰率は、上層のエネルギー ( $\hat{E}$ ) を下方へのエネルギー・フラックスで割ることにより、見積もることができる (Lindzen and Tung (1976))。

$$\tau = \frac{\widehat{E}}{(p'w')} = \frac{1}{kc^3} \frac{\int_{-H_0}^0 (c^2 w_z w_z^* + N^2 w w^*) dz}{i [w w_z^* - w^* w_z]_{-H_0}} \quad (19)$$

波の振幅が $1/e$ になる減衰時間は波の周期で規格化すると

$$\tau_n = \tau / \left( \frac{2\pi}{kc} \right), \quad (20)$$

波数を含まない式で表せる。この規格化された減衰時間を図10に示す。代表的なパラメータ ( $A=5 \times 10^{-4}$  と  $C=3.1 \text{ m/s}$ ) では、波の周期の2.3倍ぐらいまで振幅を維持することができる。このことは、図1に見られるように西太平洋で励起された波が、東太平洋に伝わるにつれて、減衰していることと符合する。また、高次のモードに対応する波は、比較的寿命が長い。このことは、Philander and Pacanowski (1980) が示したように、高次のモードほど、温度躍層の透過率が小さくなる結果と矛盾しない。



## 6. まとめ及び議論

季節内振動に対応する40日の周期で振動する風応力を赤道域の西部太平洋上に想定し、その風強制から励起されたケルビン波の構造をスペクトル解析から調べた。観測に見られるように、赤道を挟み南北に温度のピークが存在し、速度の振幅は温度躍層の上下にピークがあらわれる。また、波のエネルギーの大半は、海洋の上部に捕捉され、徐々に下方にエネルギーを放射し減衰しながら東進する。

次に波の励起問題を考察した。強制域は太平洋西部に限定しているため、ケルビン波の東向きの速い位相速度を考えると、波動は僅かの期間に励起されたことになる。この問題は、海面と海底ではなく、海面と温度躍層の間が共鳴器となり、比較的小さな器

内の共鳴励起と考えれば説明できる。海洋の下端の境界条件が本質的でない点を示す目的で、鉛直1次元の無限に深い海洋中の応答を調べた。ケルビン波励起の問題は、海面と温度躍層の間で波動が準共鳴をおこし有限振幅になり、なお大循環で見たように下方に幾分のエネルギーを漏らしながら東進していく解が得られた。

ここでの研究は、別に新しい発見ではない。従来の海洋の第1傾圧モードが励起され、それが東進していくという考えと矛盾するものではない。一つのモードからのずれ、例えば励起過程のモード成長や下方へのエネルギー伝播など、これらは幾つかのモードの重ね合わせで表現可能である。しかし、もう一つの表現として波動伝播から理解することも同時にできるはずである。例えば、波の鉛直伝播を数学

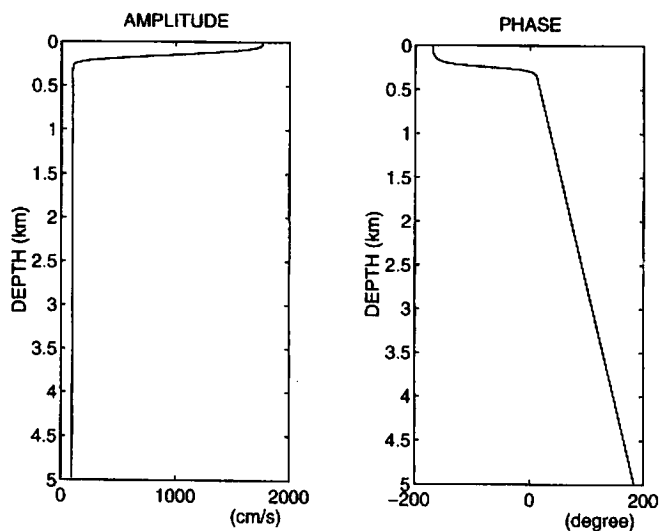


図9 波の振幅 (左)、波の位相 (右)  
(図8中の  $A=5 \times 10^{-4}$ ,  $c=3.1 \text{ m/s}$ )

的には固有モードの重ね合わせとしても表現できるが、これでは物理的なことは何も分からない。もし、その実体が自由伝播波に近いのなら、自由波の局所的な群速度や反射・屈折から多くの物理過程を議論できるはずである。赤道波の傾圧第1モードの場合、海底の境界条件が重要ではなく、励起仮定においては本研究で述べたように上層に捕捉されたエネルギーを下方に漏らせながら東に伝播している。この事実を単に重ね合わせでも表現することもできるが、上層で準共鳴が生じ、この共鳴条件から位相速度が決まり、完全な共鳴器でないため、そのエネルギーの一部を海底に放射しながら東進する。この様な力学的な見方も可能なはずである。

このような見方に対し、いろいろな批判もあるであろう。その一つは、波の励起には音波が重要であり、音波の鉛直伝播速度を考慮すれば、前述の波の励起時間の  $H/c$  の波動の群速度を音速で見積り 2~3 秒で鉛直モードが形成される。更に、本研究のようにブシネスク近似を用いた場合、音波は無限大の速度を持つので瞬時にモードが形成されるはずだというものである。しかし、このような低周波の音波がほんとに海洋の温度を変えうるのか信じがたい。方程式(16)を見ると、時間微分が2階で空間微分が2階の微分方程式ではあるが、普通の波動方程式とは異なる。この方程式を解くには、各時間ステップにおいて境界値問題を解く必要があるので、確かに  $t=0$  で上端に強制を置くと瞬時的に有限振幅の応答が現れる。しかし、この階は鉛直に線形な構造をした非常に小さい順圧の強制応答である。プラント・バイサラ振動数が一樣な場合などは、この応答とは別に、傾圧応答がゆっくりと波動として下方に伝播していく様子を見ることができる。従って、音波は海洋の圧力を変えることにより順圧波の励起に拘わっているのである。また、別の批判は、モード形成という表現は、モードとは数学的に定義されているものだから、強制を与えた瞬間に計算でき、すなわち形成されているので、モードが形成されるという表現はおかしいという批判である。この批判は尤もなことであり、数学的にはこの批判は全く正しい。時刻ゼロで、強制を加えたとき、瞬時にモードの振幅がきまる。しかし、実際に海洋をみたとき、そのモード構造が見えるわけではない。実際は、幾つかのモードの重ね合わせで、その存在は隠されている。そして、時間の経過とともに、隠されているモードが焙り出しのように浮き上がってくる。本論文の議論でモード形成と言っているのは、個々のモードの振幅の増加を議論しているのではなく、ここでのモード形成とは、実空間において焙り出しにより隠されたモードが出現する過程について述べている。このことは、式(14)をみてもよく分かる。共鳴状態では強制解と自由モード解が全く同じ構造をしている。そして、初期条件を満たすために、両者は逆符号で時刻  $t=0$  では相殺し、モード形成過程(焙り出し過程)は、この相殺関係が壊れ、主なモードの構造が、実空間において実現される。本研究のモード形成とは、このような意味で用いている。特に、躍層の温度鉛直勾配の大きい赤道近くでは、季節変動に関連する西風バーストのような短い時間スケールの応答を考える場合、表面からの風応力をボディ・フォースとして近似するのではなく、本研究のように波動の形成過程も考慮する必要がある。

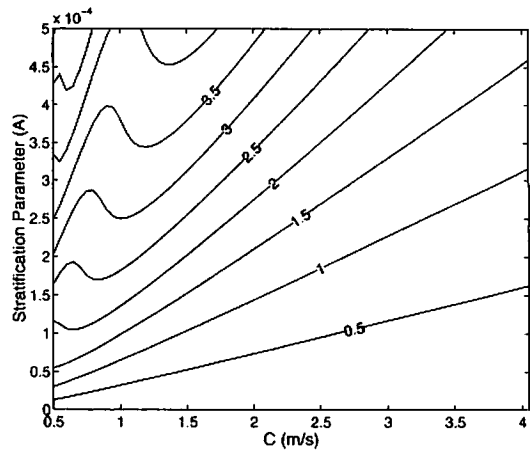


図9 無限深度海洋における強制問題で励起された波動の寿命。数値は波の周期で規格化されている



## 參考論文

- Enfield, D. B., 1987: The intraseasonal oscillation in eastern Pacific sea levels: How is it forced?  
*J. Phys. Oceanogr.*, **17**, 1860-1876.
- Gent, P. R. and J. R. Luyten, 1985: How much energy propagates vertically in the equatorial oceans?  
*J. Phys. Oceanogr.*, **15**, 997-1007.
- Hellerman, S. and M. Rosenstein, 1983: Normal monthly wind stress over the world ocean with error estimates.  
*J. Phys. Oceanogr.*, **13**, 1093-1104.
- Johnson, E. S. and M. J. McPhaden, 1993a: Structure of interseasonal Kelvin waves in the equatorial Pacific ocean  
*J. Phys. Oceanogr.*, **23**, 608-625.
- Johnson, E. S. and M. J. McPhaden, 1993b: Effects of three-dimensional mean flow on intraseasonal Kelvin waves in the Equatorial Pacific Ocean. *J. Geophys. Res.*, **98**, 10185-10194.
- Kessler, W. S., M. J. McPhaden and K. M. Weckmann, 1995: Forcing of interseasonal Kelvin waves in the equatorial Pacific. *J. Geophys. Res.*, **100**, 10613-10631.
- Lindzen, R. S. and K.-K. Tung, 1976: Banded convective activity and ducted gravity waves.  
*Mon. Wea. Rev.*, **104**, 1602-1617.
- Madden, R. A. and P. R. Julian, 1971: Detection of a 40-50 day oscillation in the zonal wind field in the tropical Pacific. *J. Atmos. Sci.*, **28**, 702-708.
- Madden, R. A. and P. R. Julian, 1972: Description of global scale circulation cells in the tropics with a 40-50 day period. *J. Atmos. Sci.*, **29**, 1109-1123.
- Matsuno, T., 1966: Quasi-geostrophic motions in equatorial areas.  
*J. Meteor. Soc. Japan*, **44**, 25-43.
- McPhaden, M. J., J. A. Proehl and L. M. Rothstein, 1986: The interaction of equatorial Kelvin waves with realistically sheared zonal currents. *J. Phys. Oceanogr.*, **16**, 1499-1515.
- McPhaden, M. J., J. A. Proehl and L. M. Rothstein, 1987: On the structure of low-frequency equatorial waves.  
*J. Phys. Oceanogr.*, **17**, 1555-1559.
- Moore, D. W. and S. G. H. Philander, 1977: Modeling of tropical oceanic circulation. *The Sea*, 6, pp. 319-361. *J. Phys. Oceanogr.* **18**, 1713-1732.
- Pedlosky, J., 1981: Resonant topographic waves in barotropic and baroclinic flows.  
*J. Atmos. Sci.*, **38**, 2626-2641.
- Philander, S. G. and R. C. Pacanowski, 1980: The generation of equatorial currents.  
*J. Geophys. Res.*, **85**, 1123-1136.
- Tung, K.K. and R.S. Lindzen, 1979: A theory of stationary long waves. Part I: A simple theory of blocking.  
*Mon. Wea. Rev.*, **107**, 714-734.
- Wakata, Y. and M. Uryu, 1984: Quasi-resonant Rossby wave Part I: External wave.  
*J. Meteor. Soc. Japan*, **62**, 274-298.