

応用力学研究所研究集会報告 No.16ME-S1  
「非線形波動の物理と数理構造」(研究代表者 梶原 健司)

Reports of RIAM Symposium No.16ME-S1  
*Physics and Mathematical Structures of Nonlinear Waves*  
Proceedings of a symposium held at Chikushi Campus, Kyushu University,  
Kasuga, Fukuoka, Japan, November 15 - 17, 2004

Article No. 31

## 熱音響冷却システムの冷却部における作業流体と スタック間の熱交換についての数理モデル

富樫 萌子 (TOGASHI Akiko), 坂本 眞一 (SAKAMOTO Shinichi)  
近藤 弘一 (KONDO Koichi)

(Received February 26, 2005)

Research Institute for Applied Mechanics  
Kyushu University  
April, 2005

# 熱音響冷却システムにおける作業流体とスタック間の熱交換についての数理モデル

同志社大学工学研究科 富樫萌子 (TOGASHI Akiko)

同志社大学工学研究科 坂本真一 (SAKAMOTO Shinichi)

同志社大学工学部 近藤弘一 (KONDO Koichi)

## 概要

熱音響現象とは、熱と音波とのエネルギー交換が可能な現象である。自由空間中を伝搬する音波は熱とのエネルギー交換を行わないが、熱音響現象で扱う音波は極めて細い流路を通過するためにエネルギー交換が可能となる。本論では熱音響現象を用いた熱音響冷却システムの、冷却部における作業流体とスタック間の熱交換数理モデルを検討し、冷却温度の計算を行った。

## 1 はじめに

熱音響冷却システムは、熱と音とのエネルギー変換現象を示す熱音響現象を利用して冷却を行うシステムである。従来の冷却システムとは異なり、フロンガスのような環境に有害な冷媒を必要としない点と稼働部を持たない点とが長所である。しかしながら、現段階では実用化に必要な冷却能力は有していない。実用化に到達していない最大の原因は、そもそも熱音響現象自体の詳細な原理が確立されていないためである。実験のみの試行錯誤で冷却能力を向上させる手法はすでに限界に近づいている。冷却要因を定式化しシステム全体をモデル化することが課題となる。本論では熱音響冷却システムにおける数理モデルの確立を目的とする。基本原理が確立されていないため既存の音響力学と熱力学の基礎理論を組み合わせることでモデル化を行う。音響力学および熱力学の基礎方程式はそれぞれある条件下でのみ成立する。これらの条件を考慮しつつ、音響現象における仮想粒子の運動とその熱変化のモデルを構成する。

2節では熱音響冷却システムにおける冷却部の基本的な原理を示す。3節では方程式の導出を述べる。4節では計算結果を示す。5節でまとめを述べる。

## 2 熱音響冷却システムと冷却原理

本研究で使用している熱音響冷却システムの写真を Fig.1 に、概略図を Fig.2 に示す。システムは全長が約 3[m]、直径が約 40[mm] の円管をループ状にして構成している。システムの左下に熱源部を設ける。熱源部は熱エネルギーを供給するためのヒーター、流体と熱交換するためのスタック、ヒーターとの温度差でスタック内の上下に温度勾配を形成するための循環水より構成されている。スタックとは八二カム構造を持つ円筒型のセラミックス製蓄熱器であり、大きさは直径 40[mm]、高さ 50[mm] 程度である。システムの右上に冷却部を設ける。冷却部は流体と熱交換を行うためのスタックと、スタックの一端を一定基準温度に保つための循環水で構成されている。冷却部のスタック直下が冷却点であり、温度測定部となる。

### 3 モデル方程式の提案

冷却部におけるモデルを提案する．冷却部におけるスタックと，スタックを縦方向に貫通する穴の拡大図を Fig.3 に示す．Fig.4 はスタックの写真である．右図の小円が流体小包を，小円の両側の長方形がスタック壁を表している．流体小包とは，原理の説明をわかりやすくするための仮想粒子である．スタックの上部は循環水の影響により一定基準温度に保たれており，スタックの直下が冷却点である．冷却が行われている際の冷却部における音圧と小包位置の位相関係図を Fig.5 に示す．横軸は時間  $t$ ， $p$  は音圧， $x$  は小包の位置を示している．スタックの上方が正，下方が負を示している．

Fig.5 に示すように Fig.3 の流体小包は，音波によりセル内を上下に変位し圧縮膨張されている．スタックの上方に移動した際，小包は音波により圧縮され加熱される．加熱された小包は，スタック壁より高温となるためスタック壁へ熱を受け渡す．熱は温度の高い側から低い側へ移動するためである．次に，スタック下方へ移動した際，小包はスタック壁より低温となるためスタック壁から熱を奪う．このようにスタックの下方で熱を奪い，上方で熱を受け渡すことで熱は下方から上方へ運ばれる．上方へ運ばれた熱は循環水により外部へ運び出されるため，冷却部におけるスタック下方の熱は奪われ冷却され続ける．

Fig.6 にスタック内の流体とスタック壁のイメージ図を示す．

まず，音圧変動によって変化する流体の温度を気体の状態方程式より導き出す．状態方程式は

$$\frac{PV}{T} = R \quad (1)$$

と表される． $P[\text{Pa}]$  は圧力を， $V[\text{m}^3]$  は体積を， $T[\text{K}]$  は温度を， $R$  は気体定数を示している．スタックの穴は十分小さいため，体積は一定であるとする．

時刻  $t, t - \Delta t$  における流体の温度  $T_a$  は (1) 式より

$$T_a(t) = \frac{P_a(t)}{P_a(t - \Delta t)} T_a(t - \Delta t) \quad (2)$$

と表せる．

次に，流体とスタック壁の温度差により移動する熱量を求め，熱量移動後の温度を導出する．まず，流体小包からスタック壁へ移動する熱流束  $q[\text{W}/\text{m}^2]$  を求める．熱流束とは単位時間，単位面積あたりに移動する熱量のことである．フーリエの法則より，

$$q = \lambda \frac{\partial T}{\partial n} \quad (3)$$

となる． $\lambda[\text{W}/\text{mK}]$  は熱伝導率， $T[\text{K}]$  は温度， $n[\text{m}]$  はスタック壁に対して垂直方向の長さを示している．フーリエの法則は同媒質での熱交換において成立するため，流体とスタック壁との接触面における温度を  $T_w[\text{K}]$  とすると

$$\lambda_a \frac{T_a - T_w}{\Delta n_a} = \lambda_c \frac{T_w - T_c}{\Delta n_c} \quad (4)$$

が成立する．添字  $a$ ，添字  $c$  はそれぞれ流体，スタックの値を示している．

(3)(4) 式より求めた熱流束  $q$  より熱量  $Q$  は

$$Q = qS\Delta\tau \quad (5)$$

と求められる． $\Delta\tau$ [s] は熱交換時間を示している． $S$ [m<sup>2</sup>] は流体がスタック壁に接触している面積を示している．

(5) 式の  $Q$  より，熱量移動後の温度差を求めると，

$$\Delta T = \frac{Q}{\rho cv} \quad (6)$$

となる． $\Delta T$ [K] は熱量移動前と移動後の温度差を， $c$ [J/kg·K] は比熱を， $v$ [m<sup>3</sup>] は体積を示している．(6) 式に (3),(5) 式を代入すると

$$\Delta T = \frac{\alpha S}{v} \frac{\partial T}{\partial n} \quad (7)$$

が得られる． $\alpha$ [m<sup>2</sup>/s] は温度伝導率を表している．(2),(7) 式より流体の温度  $T_a$  とスタックの温度  $T_c$  に分けてまとめると

$$T_a(x, t + \Delta t) = T_a(x, t) + A \left( \hat{T}_c(x, t) - T_a(x, t) \frac{P(x, t + \Delta t)}{P(x, t)} \right) \Delta\tau, \quad (8)$$

$$T_c(x, t + \Delta t) = T_c(x, t) + B \left( \hat{T}_a(x, t) \frac{P(x, t + \Delta t)}{P(x, t)} - T_c(x, t) \right) \Delta\tau \quad (9)$$

と表される．ただし，

$$\hat{T}_c(x, t) = \frac{1}{2}(1 + \xi(x, t))T_c(x, t) + \frac{1}{2}(1 - \xi(x, t - 1))T_c(x - 1, t),$$

$$\hat{T}_a(x, t) = \frac{1}{2}(1 + \xi(x, t))T_a(x, t) + \frac{1}{2}(1 - \xi(x, t + 1))T_c(x + 1, t),$$

$$A = \frac{\alpha_a S_a}{(\lambda_a \Delta n_c + \lambda_c \Delta n_a) v_a}, \quad B = \frac{\alpha_c S_c}{(\lambda_a \Delta n_c + \lambda_c \Delta n_a) v_c},$$

$$P(x, t) = P_0 - p \cos(2\pi ft - kx)$$

とおく．なお，流体小包は音波によって上下に移動しているため，スタック壁と流体の位置を考慮して計算する必要がある．タイプ1として流体小包の位置  $\xi$  を矩形波

$$\xi(t) = \begin{cases} +1 & (m = 0, 1, 2, \dots, \frac{2}{M} - 1 \pmod{M}) \\ -1 & (m = \frac{2}{M}, \frac{2}{M} + 1, \dots, N - 1 \pmod{M}) \end{cases} \quad (10)$$

とする．また，タイプ2として，流体小包の位置を Fig.5 のような正弦波として

$$\xi(t) = \sin(\omega t - kx) \quad (11)$$

とおく．また，タイプ3として連続極限をとった微分方程式

$$\frac{dT_a}{dt} = T_c - \left\{ \left( 1 + \beta_1 \frac{d\xi}{dx} \right) T_a - \beta_2 \xi \frac{dT_a}{dx} \right\} \left( 1 + \beta_3 \frac{d}{dt} \log P \right), \quad (12)$$

$$\frac{dT_c}{dt} = \left\{ \left( 1 + \gamma_1 \frac{d\xi}{dx} \right) T_a - \gamma_2 \xi \frac{dT_a}{dx} \right\} \left( 1 + \gamma_3 \frac{d}{dt} \log P \right) - T_c \quad (13)$$

を考える．

## 4 結果

タイプ1の結果を Fig.7 に示す．前半部の結果が実験結果と一致した．後半部分は，実験結果においては収束傾向にあるが計算結果では低下を続けるという結果が得られた．原因として，今回考慮しなかった粘性の影響および外部から流入する熱量の影響があると考えられる．また，低下するという結果は得られたが，温度の振動が実際の現象で考えられる幅より大きいこと，変位 $\xi$ が離散的であること，境界条件の物理的解釈が困難であることが問題点として挙げられる．

タイプ1の問題点である変位が離散的であることを解消する目的でタイプ2を考案し，検討する．タイプ2の結果を Fig.8 に示す．実験結果とは結果が一致しなかった．温度の減少は見られるが，わずかな時間に急上昇してからの温度低下であるため実際の現象と合致しない．原因は現在検討中である．

タイプ3については，この微分方程式をもとに別の数値スキームを導出し，方程式の物理的意味について検討する予定である．

## 5 まとめ

不完全ながら実験結果とシミュレーション結果の冷却傾向を一致させることが出来た．本論の数理モデルは基本的には有効であると考えられる．今後は粘性やスタック外の流体の温度を考慮するなど，より現実に近い数理モデルの確立を目指し，同時に微分方程式の物理的意味について考察する予定である．



Fig.1 熱音響冷却システム

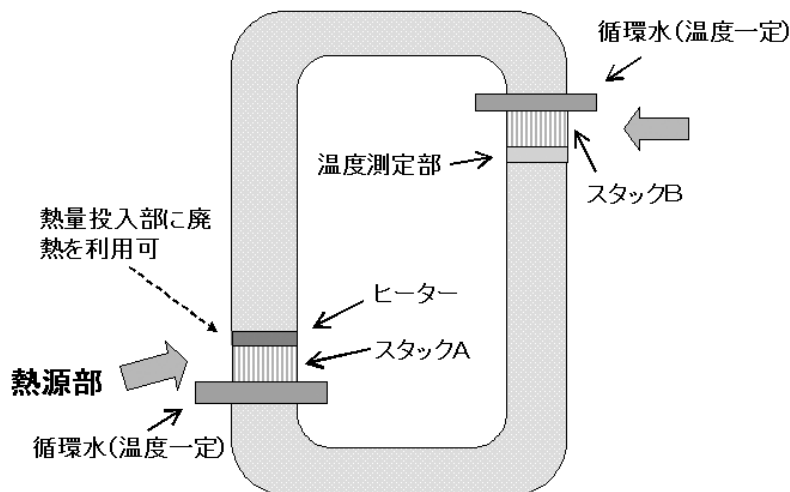


Fig.2 熱音響冷却システム概略図

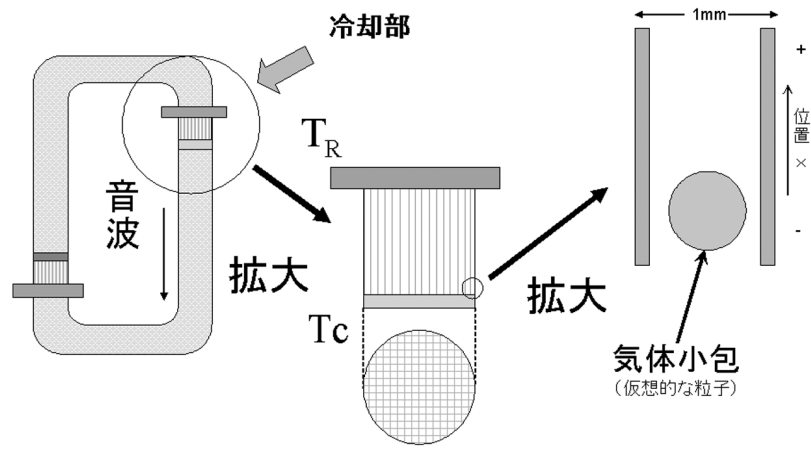


Fig.3 冷却部拡大図



Fig.4 スタック

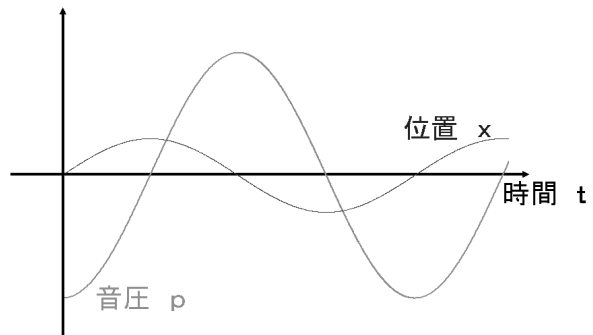


Fig.5 音圧と流体小包位置の位相関係

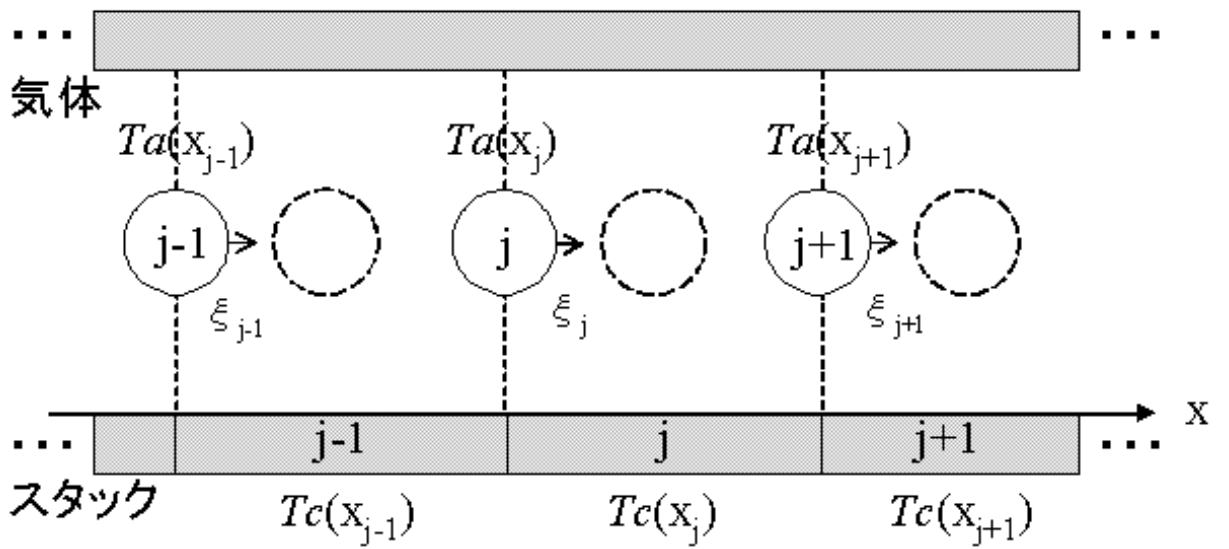


Fig.6 流体とスタック壁のイメージ図

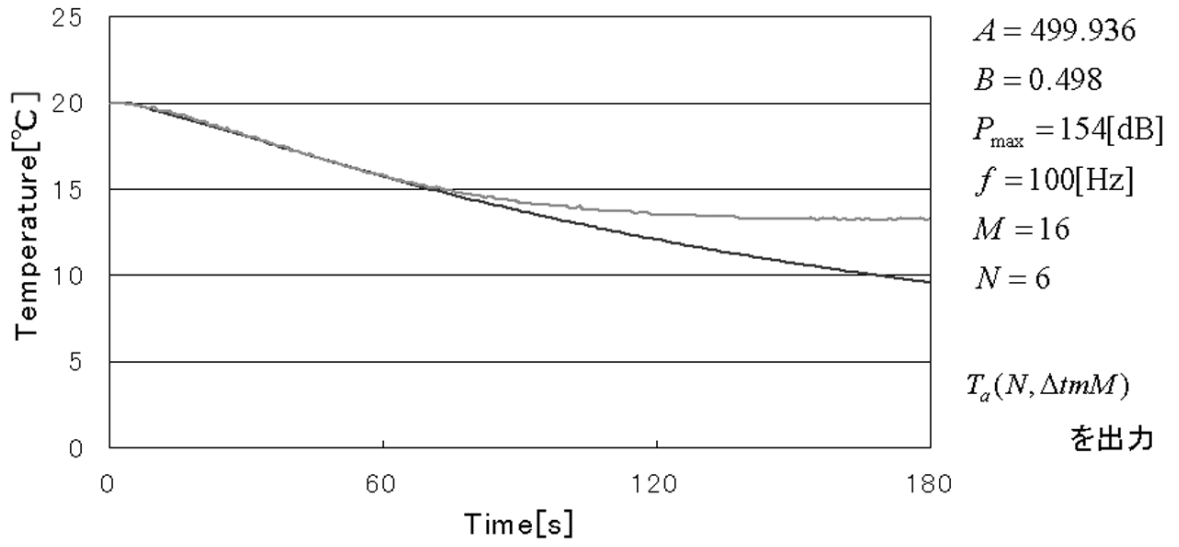


Fig.7 タイプ 1 (計算結果および実験結果)

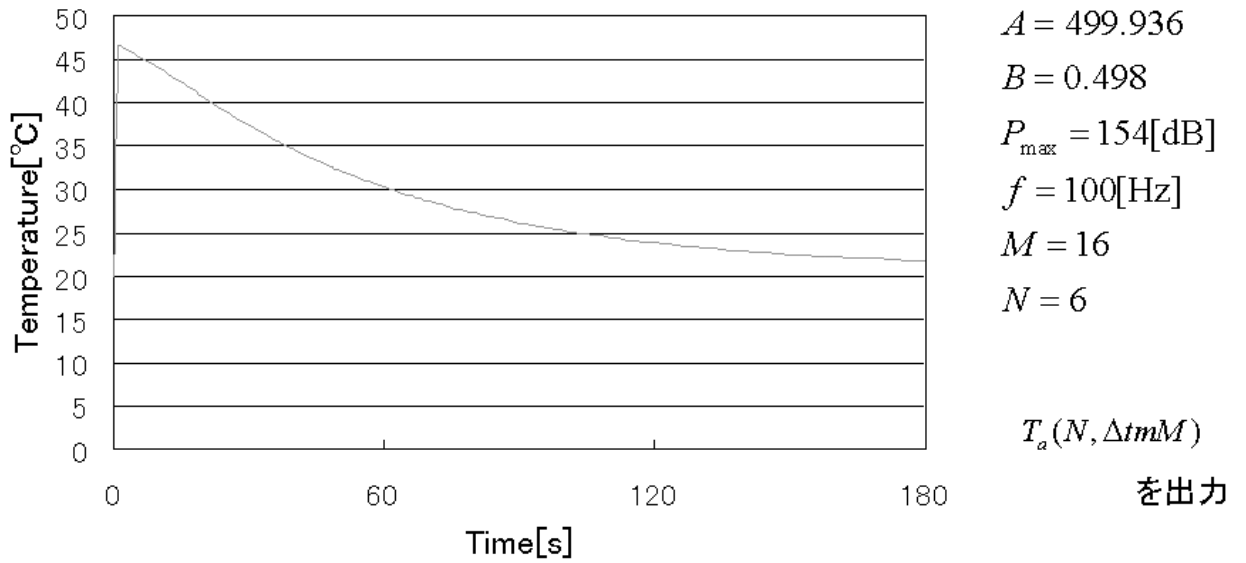


Fig.8 タイプ 2 (計算結果)