

応用力学研究所研究集会報告 No.18SP1-4  
「海洋巨大波の実態と成因の解明・第2回」 (研究代表者 富田宏)

**Reports of RIAM Symposium No.18SP1-4**

*Study on features and generation mechanisms of freak waves II*

Proceedings of a symposium held at Research Institute for Applied Mechanics,  
Kyushu University, Kasuga, Fukuoka, Japan, March 9 - 10, 2007

Article No. 02

# Freak wave 予測理論の波浪予測への 適用と多方向性の影響について

森 信人 (MORI Nobuhito)

(Received May 22, 2007)



Research Institute for Applied Mechanics  
Kyushu University  
July, 2007

# Freak Wave 予測理論の波浪予測への適用と多方向性の影響について

大阪市立大学大学院工学研究科 森 信人 (MORI Nobuhito)

## 概要

非線形準共鳴 4 波相互作用により出現頻度が増加する Freak wave の予測モデルを現業の波浪予測に適用し、その妥当性について検討を行った。波浪予測結果と観測データの比較結果から、一方向性を仮定した従来の理論では、Freak wave の予測は不可能であることを明らかにした。ついで、方向分散性を考慮した  $\mu_4$  の簡易予測モデルを提案し、モンテカルロ数値計算よりその妥当性について検証を行った。一方向波列と比較して、方向分散による Freak wave 出現頻度の減少を取り扱うことが可能とした。

## 1 緒言

90 年代中頃より、Freak wave に代表される異常波浪（以下、単に異常波浪）の出現に高次の非線形相互作用の影響が大きいとの認識が高まり、その発生原因についての研究が進められてきた。その結果、深海波では 3 次の非線形干渉の影響が顕著になると線形不規則波理論より Freak wave のような高波（異常波浪）の出現確率が高まり、これに伴い水面変位の 4 次モーメントである kurtosis ( $\mu_4$ ) の値が増加するという結果が得られている (Janssen, 2003)。さらに、ここ E 数年の研究成果により、スペクトル形状、3 次の非線形干渉の強さおよび  $\mu_4$  の関係について明らかにされつつある (Socquet-Juglard et al., 2005; Mori and Janssen, 2006)。現時点では、4 波相互作用を考慮した Kinetic 方程式中の非線形輸送関数  $G$  を有限時間積分で置き換えて、 $\mu_4$ 、スペクトル形状および波高分布の関係が定式化されている（以下、MJ2006）が最新の成果である。

$$\kappa_{40} = \frac{12}{g^2 m_0^2} \int d\vec{k}_{1,2,3,4} T_{1,2,3,4} \sqrt{\omega_1 \omega_2 \omega_3 \omega_4} \delta_{1+2-3-4} G(\Delta\omega, t) N_1 N_2 N_3 \quad (1)$$

ここで、 $\kappa_{40}$  は水面変位の 4 次キュムラント ( $= \mu_4 - 3$ )、 $N$  は波作用量、 $\vec{k}$  は波数ベクトル、 $\omega$  は線形分散関係を満たす角振動数、 $T_{1,2,3,4}$  は非線形 4 波相互作用項、 $\Delta\omega = \omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega_4$ 、 $G$  は非線形エネルギー - 輸送項である。Janssen (2003) の理論では、方向分散が小さく、周波数スペクトル  $E(\omega)$  が高い集中度を持つガウス分布であると仮定し、 $\kappa_{40}$ 、 $Q_p$  および BFI の関係を導いている。このような議論の中で異常波浪の出現頻度の推定は、最大波高分布の裾の積分値の推定であり、その本質は、最大波高分布形状そのものを推定することである。そこで近年、この 3 次の非線形干渉による  $\mu_4$  の変化を最大波高分布を関連付け、異常波浪の出現頻度を予測する理論が提案されており、断面 2 次元造波水路内のスペクトルの変形と異常波浪の出現頻度は一連の理論により推定できることが定量的に示されている (森ら 2006; Mori ら 2007)。

本研究では、断面 2 次元水槽内で検証された異常波浪の予測理論を、ヨ - ロッパ中期気象予報センター (ECMWF) における現業の波浪予測に上記の予測理論を適用し、その妥当性の検証を行なう。ついで現地観測結果と比較検証結果をもとに、その重要性について認識されているにも関わらず、これまであまり考慮されてこなかった多方向性および有限観測時間長の問題について理論および数値計算の両面から評価を行う。

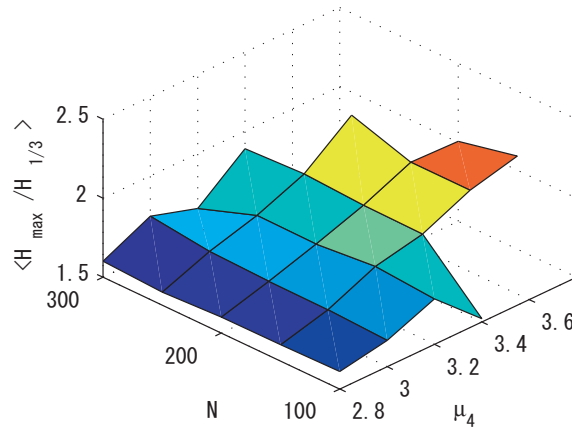


図 1: 観測された  $\langle H_{max}/H_{1/3} \rangle$ ,  $\mu_4$  および  $N$  の関係

## 2 MJ2006 理論の ECMWF 現業波浪モデルへの適用結果

ECMWF では WAM モデル (Cycle 4) をベ - スに開発された全球波浪予測モデルが運用されている (Janssen et al., 2005) . 今回, この ECMWF 現業波浪予測モデル (以下, 予測値) に MJ2006 の予測理論を組み込み, 異常波浪予測理論の妥当性の検証を行った. 対象期間は 2004 年度 1 年間とし, 予測精度の検証には, 全国港湾海洋波浪観測資料 (NOWPHAS) の太平洋および日本海側の 6 点の観測データ (以下, 観測値) を用いた (紙面の都合上, 太平洋側の久慈 1 箇所の比較のみを示す) . 図-1 に示すのは, 観測された  $H_{max}/H_{1/3}$  の平均値と  $\mu_4$  および波列中の波の数  $N$  の関係である. これまで得られてる非線形理論 (Mori ら, 2006) や水槽実験結果 (森ら, 2006) の通り,  $H_{max}/H_{1/3}$  と  $\mu_4$  には弱い線形相関が見られる. 図-2 に示すのは, 予測理論を適用した  $\mu_4$  の ECMWF の予測結果と観測結果の比較である. 一見してわかるように両者は無相関であり,  $\mu_4$  の観測値が正規分布の 3.0 前後に分布しているのに対して, 予測値は 3.0 以上のみに分布している.

上記のように, 断面 2 次元水路における実験結果との比較と異なり, 実海域では予測理論が成り立たない結果が得られた. そこでこれらの差異の原因について詳細な解析を行うことにする. これまでの予測理論では, 簡略化のために方向分散性を無視し, かつ周波数スペクトル形状をガウス分布と仮定し, 波形勾配  $ka$  と周波数スペクトル形状パラメ - タ  $Q_p$  を関数とする簡略式より  $\mu_4$  を推定している. このため, 予測理論の成り立ちに起因する精度の他に, 非線形干渉に及ぼす方向分散性の影響, および周波数スペクトル形状が波高分布に及ぼす統計的な影響が差異 (誤差) としてカウントされる. 前者に起因する誤差を見積もるには,  $Q_p$  と BFI の各々についての推定精度の検証が必要であるが, 方向スペクトル形状パラメ - タ  $Q_p$  については利用可能な観測値が無かったため, BFI の定義で使われている波形勾配と  $\mu_4$  の推定精度についてのみ比較を行う. 予測値の波形勾配  $ka$  は, 平均周波数  $f_m$  から線形分散関係より定義される代表波数  $k_0$  とスペクトルの積分値  $\sqrt{m_0}$  より定義する. 解析値と  $\mu_4$  の関係について両者を比較比較したところ, 図-3 の関係が得られた. 図中の実線は MJ2006 で得られている 2 次の非線形干渉に関する理論値である.  $\mu_4$  の観測値は, かなりばらついていてものの平均的には 2 次の非線形理論に従っている. 一方で, 予測値も理論に従っているもののその分布形状は異なり, 2 次の非線形理論を下限としてそれより上側で散乱して分布している.

このように, 周波数分散の影響を無視した予測値と観測値を比較した比較結果, 両者とも波形勾配が大きくなると  $\mu_4$  が大きくなる傾向があることがわかった. しかし, 観測値では  $\mu_4$  は 3 を下回ることも多く見られ, 予測値はこのような傾向を持たない. そこで, 波形勾配と予測理論において, 予測値の値が全般的

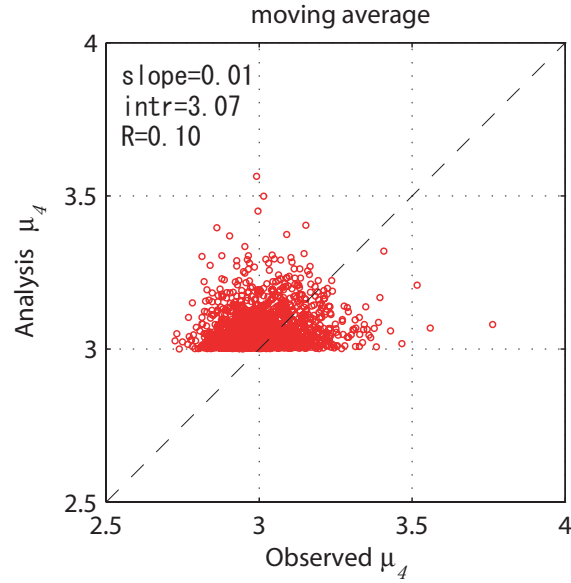


図 2:  $\mu_4$  の観測値と予測値の関係

に大きくなる理由について線形不規則波と 3 次の非線形干渉を考慮した非線形不規則波の数値シミュレーション結果により検討を行う。

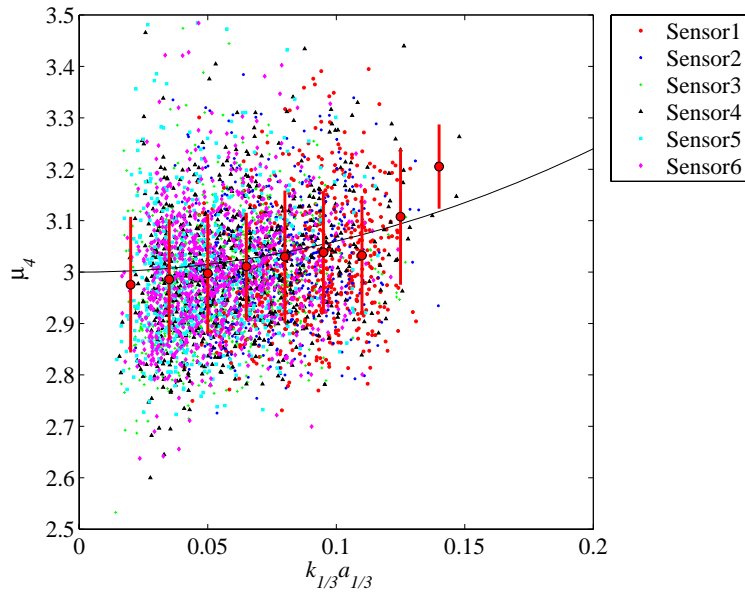
### 3 広帯スペクトル幅と有限観測長の及ぼす影響

周波数スペクトル幅やデータのサンプリング周波数が線形不規則波の統計量に影響を与えることは古くから知られている (Goda, 1970)。ここでは、現地観測データを対象に、周波数スペクトル幅が  $\mu_4$  や波高分布形状にどのような影響を与えるのかについて検討を行う。  $T_p=10\text{s}$ ,  $f_{max}=2.5\text{Hz}$ , データ点数  $N = 2^{15}$  の条件下で、一様乱数で周波数スペクトル幅を変化させながら各条件で線形不規則波 500 ケースづつを発生させ (Monte Carlo シミュレーション, MC),  $\mu_4$  と周波数スペクトル幅の関係を求めた。周波数スペクトルには以下のガウス分布を使用した。

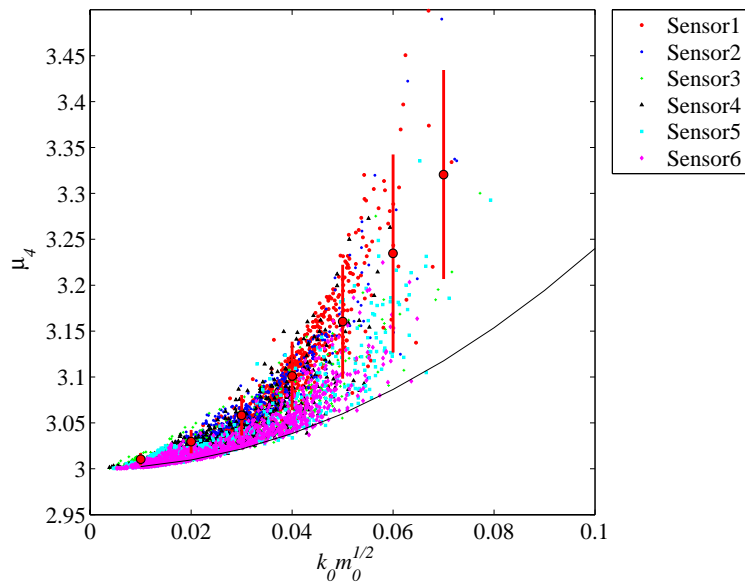
$$F(\omega) = \frac{m_0}{\sqrt{2\pi}\sigma_\omega} e^{-\frac{1}{2}\nu^2} \quad (2)$$

$$\nu = \frac{\omega - \omega_0}{\sigma_\omega} \quad (3)$$

ここに  $\omega_0$  は代表角振動数,  $\sigma_\omega$  はスペクトル幅パラメータである。図-4 に示すのはその結果であり, (b) の Weibull 分布形状母数  $m_w$  はゼロアップクロスで求めた波高分布に Weibull 分布を最小乗法で近似し求めた。図-4(a) より, 十分にデータ数が与えられている今回の条件 ( $N = 2^{15}$ ) では, 実線で示す  $\mu_4$  の平均値はほぼ Gauss 過程の 3 を示しているが, 破線で示す分散はスペクトル幅が狭くなると ( $\sigma_\omega \rightarrow 0$ ) 増加し, 統計的変動性が大きいことがわかる。紙面の関係上図は示さないが, 20 分間観測相当のデータ長の場合についても同様の検討を行った結果, データ長が短くなると  $\mu_4$  は 0.1 程度低下することがわかった。これらの結果は図-3(a) 示した観測値の 3.0 を下回る  $\mu_4$  のばらつきを裏付けるものである。一方, これまで波高分布の大きな波高の部分は, Rayleigh 分布をやや下回ることが示されている (例えば, Forristall, 2000)。これは, 非線形性を無視して全ての観測データをアンサンブル平均した場合, つまり線形不規則波に相当する解析を行った場合に共通してみられる結果である。図-4(b) に示すのは, 線形不規則波の MC の結果であり,



(a) 観測値

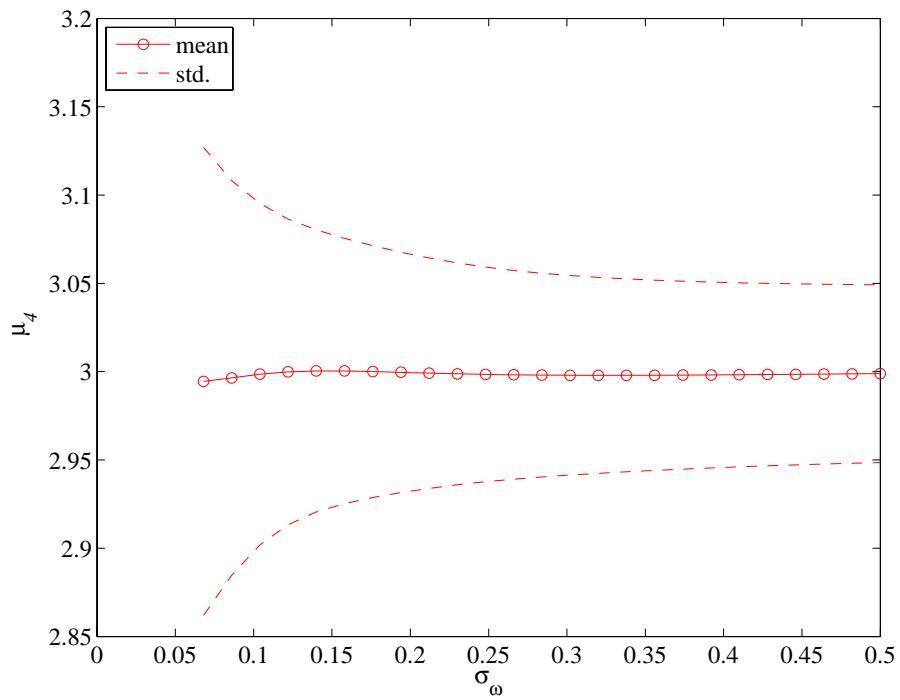


(b) 予測値

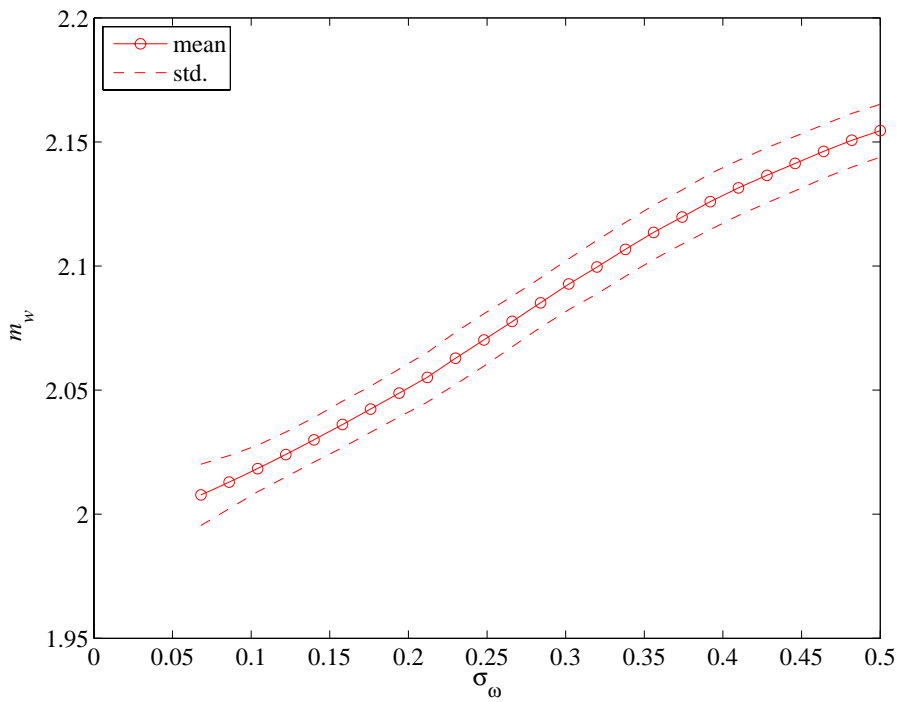
図 3: 代表波形勾配  $k_{1/3} a_{1/3}$  と  $\mu_4$  の関係 ( : 予測値, 実線: 2 次 の非線形理論 )

実線で示すようにスペクトル幅が広がると ( $\sigma_w \rightarrow 1$ )  $m_w$  は増加し, 高波高部分の出現確率は Rayleigh 分布 ( $m_w = 2$ ) を下回るようになる. 波列中の波の数を変化させて 20 分観測相当のデ - タ長とした場合, 無限時間長の結果と比べて平均値はほとんど変化しないが, 分散は大きくなることがわかった.

以上, 線形不規則波を用いたシミュレ - ション結果より, 観測値に見られた  $\mu_4$  が 3 を下回る要因につい



(a)  $\sigma_\omega$  と  $\mu_4$  の関係



(b)  $\sigma_\omega$  と Weibull 分布形状母数  $m_w$  の関係

図 4: 線形不規則波についてのモンテカルロ シミュレ - ション

て議論を行った．

#### 4 方向分散性が3次の非線形干渉による $\mu_4$ 変化に及ぼす影響

これまでの理論上無視している方向分散性の振る舞いとその影響度を調べるため，数値実験により検討を行う．方向スペクトル

$$E(\omega, \theta) d\omega d\theta = \frac{\omega N(\vec{k})}{g} \quad (4)$$

を用いて，式 (1) を書き換えると次式のようになる．

$$\kappa_{40} = \frac{12}{g^2 m_0^2} \int d\omega_{1,2,3} \theta_{1,2,3} T_{1,2,3,4} \sqrt{\frac{\omega_4}{\omega_1 \omega_2 \omega_3}} G(\Delta\omega, t) E_1 E_2 E_3 \quad (5)$$

ここで  $\omega_4 = \sqrt{g|\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_3|}$  である．方向分散を考えると  $\omega_4$  は

$$\omega_4 = \left\{ (\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2)^2 + 2\omega_1^2 \omega_2^2 [\cos(\theta_1 - \theta_2) - 1] - 2\omega_1^2 \omega_3^2 [\cos(\theta_1 - \theta_3) - 1] - 2\omega_2^2 \omega_3^2 [\cos(\theta_2 - \theta_3) - 1] \right\}^{1/4} \quad (6)$$

と展開される．方向スペクトルがピ - ク周りに ( $\omega = \omega_0$  および  $\theta = \theta_0$ ) に集中し，比較的速く減衰する形状と仮定する．この場合， $T_{1,2,3,4} \simeq k_0^3$  と近似できる．さらに，ピ - ク周りの方向スペクトル形状に着目し，解析的に取り扱える様に2次元 Gauss 分布を仮定する．

$$E(\omega, \theta) = \frac{m_0}{2\pi\sigma_\omega\sigma_\theta} e^{-\frac{1}{2}(\nu^2 - \phi^2)} \quad (7)$$

$$\nu = \frac{\omega - \omega_0}{\sigma_\omega} \quad (8)$$

$$\phi = \frac{\theta - \theta_0}{\sigma_\theta} \quad (9)$$

ここで  $\theta_0$  は主波向き方向である．この場合，方向分布形状パラメ - タ  $\sigma_\theta$  は，方向分散  $\sigma$  と  $\sigma = \sqrt{2(1 - r_1)} = \sigma_\theta$  なる関係を持つ．ここで  $r_1$  は方向分布関数の1次モーメントである．

4波相互作用により変化する  $\mu_4$  には，主波向き成分が寄与すると仮定し，式 (7) を  $\theta_0$  方向に積分し，これを Janssen (2003) の BFI の式に代入すると次式を得る．

$$\kappa_{40} = \sqrt{\frac{\pi}{6}} \frac{BFI^2}{\sigma_\theta} \quad (10)$$

$\mu_4$  は  $\sigma_\theta$  と反比例の関係にあり， $\sigma_\theta \rightarrow 0$  で発散する．これは，方向分布関数がデルタ関数に漸近することに対応している．式 (10) は直感的な推定式であり，以下では数値実験を通してその適用性について検証を行う．

上記のモデルの検証のため，Cubic 非線形 Schrödinger 方程式 (CNLS) を用いてモンテカルロシミュレーションを行った．

$$i \left( \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\omega_0}{2k_0} \frac{\partial A}{\partial x} \right) - \frac{\omega_0}{8k_0^2} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\omega_0}{4k_0^2} \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} - \frac{1}{2} \omega_0 k_0^2 |A|^2 A = 0 \quad (11)$$

ここで  $x$  は主波向き方向， $A$  は包絡波形であり水面変位  $\eta$  と

$$\eta(x, y, t) = A(x, y, t) \exp[i(k_0 x - \omega_0 t)] + c.c. \quad (12)$$

の関係を持つ．CNLS はエネルギー - 漏れが指摘されているが (Yuen and Lake, 1982)，4波相互作用による  $\mu_4$  の初期変化を見るには問題ないとして使用した．

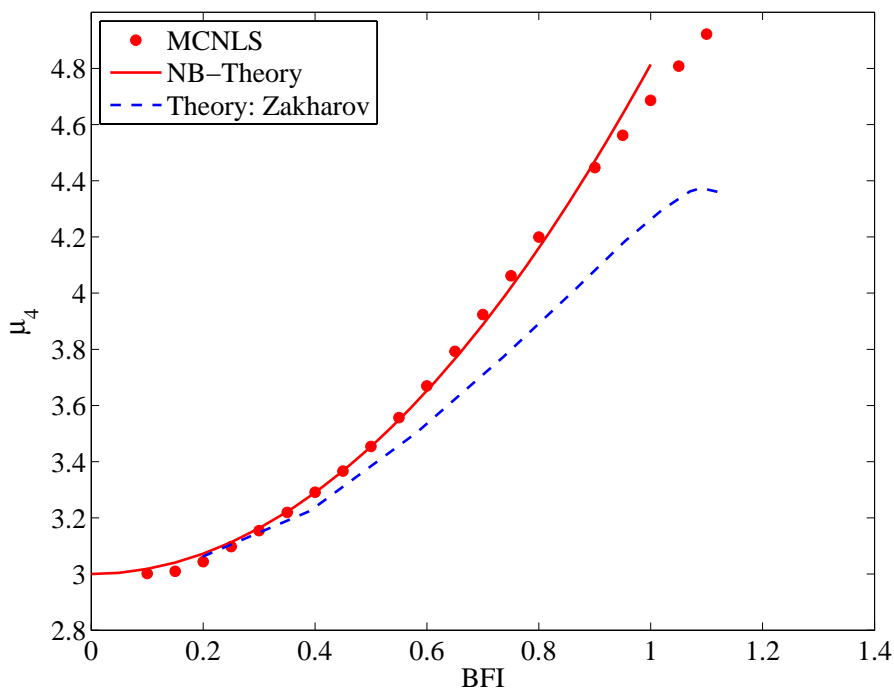


図 5: 1 方向波列における BFI(周波数分散) と  $\mu_4$  の関係 (●: MC-CNLS, 実線: NLS 方程式の解, 点線: Zakharov 方程式の厳密解, )

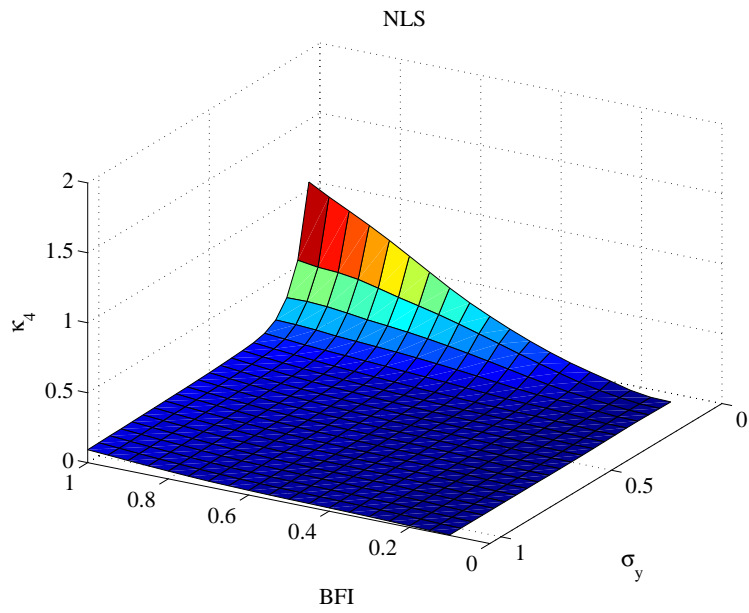
CNLS を用いたモンテカルロ計算 (MC-CNLS) では, 1 組の  $\sigma_y$  と BFI について初期位相を 500 パターン与え, 合計 12,000 ケースの伝播計算を行った. この結果より  $\mu_4$  と方向分散  $\sigma_y$  および周波数分散 (BFI) の関係について考察を行う. 図-5 に示すのは, 1 方向波列における MC-CNLS の結果を NLS の解析解, Zakharov 方程式の解 Janssen (2003) と比較したものである. 図からわかるように, MC-CNLS の結果は NLS の解析解とほぼ一致し, 1 方向波列については十分な精度を持っていることがわかる. 図-6 は, 平面 2 次元場についての結果であり, (a) は MC-CNLS による数値解, (b) は (a) の数値解に適合するように式 (10) の係数  $a$  を変化させた結果である.  $\mu_4$  と BFI および  $\sigma_y$  の関係について見ると, 方向分散と周波数分散の比率に応じて  $\mu_4$  の大きさが決まり, 方向集中度が高いほど  $\mu_4$  の値が増加し (異常波浪の出現頻度が増加), 方向集中度が低いと逆に  $\mu_4$  の値が減少する (異常波浪の出現頻度が減少) という結果を得た. また, 図に示すように MC-CNLS の結果は式 (10) とほぼ同じ分布形状を持ち, 経験的ではあるが波浪予測に重要となる  $\mu_4$  に対する方向分散性と周波数分散性の関係の関係を導くことができた.

## 5 結論

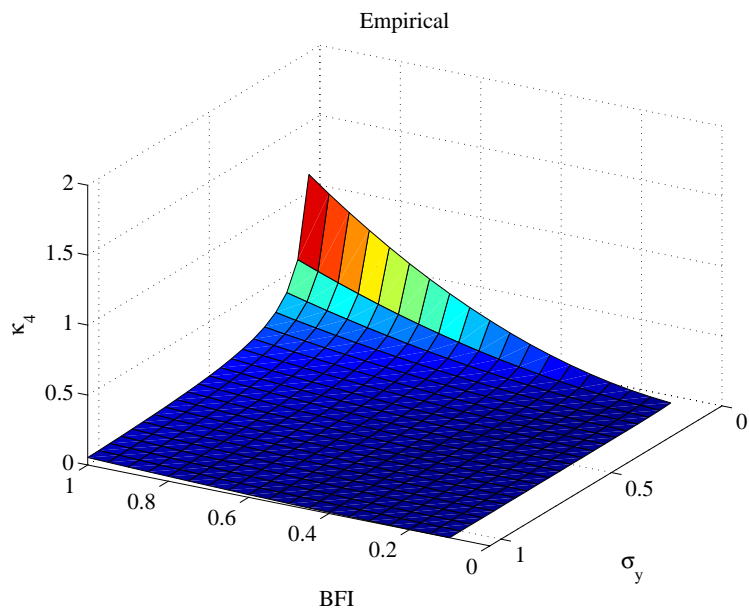
異常波浪予測に重要な水面変位の 4 次モーメント ( $\mu_4$ ) 予測を ECMWF の現業波浪予測モデルを用いて行い, その精度検証を行った. その結果, 一方向を仮定した従来の理論では, 異常波浪の予測は不可能であることを明らかにした. ついで, 方向分散性を考慮した  $\mu_4$  の予測理論を定式化し, モンテカルロ数値計算よりその妥当性について検証を行った.

本研究の一部は ECMWF および科学研究費補助金の援助によるものである. また, 観測データの提供をして頂いた (独) 港湾空港技術研究所海象情報研究室の皆さんおよび ECMWF J.R. Bidlot 博士に感謝する.





(a) MC-CNLS による数値計算結果



(b) 簡易モデル

図 6: 多方向波列における BFI(周波数分散) と  $\sigma_y$ (方向分散) と  $\mu_4$  の関係

## 参考文献

Forristall, G., 2000. Wave crest distributions: observation and second-order theory. *Journal Physical Oceanography* 30, 1931–1942.

- Goda, Y., 1970. Numerical experiments on wave statistics with spectral simulation. Tech. Rep. 4, Port and Harbour Res. Inst.
- Janssen, P., 2003. Nonlinear four-wave interactions and freak waves. *Journal Physical Oceanography* 33 (4), 863–884.
- Janssen, P., Bidlot, J.-R., Abdalla, S., Hersbach, H., 2005. Progress in ocean wave forecasting at ECMWF. In: ECMWF Technical Memorandum. No. 478. p. 27.
- Mori, N., Janssen, P., 2006. On kurtosis and occurrence probability of freak waves. *Journal of Physical Oceanography* 36 (7), 1471–1483.
- Mori, N., Onorato, M., Janssen, P., Osborne, A. R., Serio, M., 2007. Exceedance probability for strongly nonlinear long crested waves. *Journal of Geophysical Research*, in press.
- Socquet-Juglard, H., Dysthe, K., Trulsen, K., H.E., K., J., L., 2005. Distribution of surface gravity waves during spectral changes. *Journal of Fluid Mechanics* 542, 195–216.
- Yuen, H., Lake, B., 1982. Nonlinear dynamics of deep-water gravity waves. *Advances in Applied Mech.* 22, 67–327.
- 森 信人・Miguel Onorato・Peter A.E.M. Janssen, 2006. 異常波浪の予測とその精度について. *海岸工学論文集* 53, 306–310.