

# 水平シア流と熱対流の相互作用に関する研究

東京大学海洋研究所 古川 祐貴 (Furukawa Yuki)

東京大学海洋研究所 新野 宏 (Niino Hiroshi)

## 要旨

本研究では、大規模な水平シアや渦などの流れの中で熱対流がどのような働きをするのかを線型安定性理論と非線型数値計算により調べた。

まず、水平方向に一樣なシアを持つ単純平面なクエット流の中でどのような対流が卓越するのかについて線型論によって様々なテイラー数  $Ta$  及びレイノルズ数  $Re$  のもとで解析を行なった。その結果、いずれの場合もおよそ流れの方向を向いたロール状の対流が卓越し、特に  $0 < Ta < Re^2$  のときは慣性不安定を伴い、対流の臨界レイリー数が減少することが分かった。また、例外的な場合として、 $Re^2 \ll Ta$  のとき、境界付近に捕捉されたセル状の対流がロール状対流よりも不安定となることが分かった。

次に、非線形モデルによる時間発展計算を行なった。平面クエット流のもとでは、線型論的に最大成長率を持つロール状対流、あるいは北東-南西に傾いたロール状対流が、基本場のシアを強める働きをすることが確認された。

また、基本場が南北方向に波型のプロファイルを持つ東西ジェットのもとでも計算を行った。その結果、粘性の効果により順圧不安定に対して安定な固有モードであっても、対流から供給されるエネルギーをもとにこの固有モードが成長し、維持されるという興味深い現象が見られた。

## 1 序論

地球流体中に生じる熱対流は熱輸送だけでなく運動量も輸送するため、対流それ自身は小さなスケールの現象であっても、それより大きいスケールの惑星規模の循環や大規模渦などの流体の運動に非常に重要な役割を持つことが数多くある。

そういった例の一つとして、カルマン渦や、木星や土星などにおける縞状構造や大赤斑や白斑などの渦などが挙げられる。これらのシア流や渦の生成、維持に対流がどのように関わっているかも興味ある問題である。

Davis-Jones(1971) は、線型論により非回転系のクエット流の水平シアにおいて、流れに平行なロール状対流が卓越し、基本場のシアが擾乱にエネルギーを供給することを示した。

回転系でのクエット流の解析については、Yoshikawa & Akitomo(2003) が非線形モデルによる数値計算を行っており、セル状対流から基本場の流れに平行なロール状対流に遷移する過程で、流れに交差するロール状対流が現れることを示した。

Hathaway & Sommerville(1987) は、鉛直方向から傾いた自転軸の回転系で、外惑星大気のような  $\sin$  型のプロファイルのシア流のもとで非線形計算による解析を行なった。このとき、シアの方向に傾いた対流ロールが定常的に形成され、対流によって基本場のジェットを強めるようなエネルギー変換があった。

このように水平シア流と熱対流の相互作用についてはいくつかの研究はあるものの必ずしも十分な理解が得られてはいない。そこで、本研究では、水平シア流中での対流の形成とその対流のシア流あるいはそのシア流によって生ずる順圧渦へのフィードバックという水平シア流と熱対流の相互作用を、なるべく単純な枠組みの中で理解することを目的とした。

## 2 モデルと基礎方程式

本研究で対象とするモデルと基礎方程式について述べる。

## 2.1 基礎方程式

本研究では鉛直軸まわりに角速度  $\Omega \left( = \frac{f_*}{2} \right)$  で回転するブシネスク流体の運動を考える。無次元化した方程式系は以下のようになる。

運動方程式：

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + Pr f v + Pr \nabla^2 u \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial y} - Pr f u + Pr \nabla^2 v \quad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + Pr Ra b + Pr \nabla^2 w \quad (3)$$

熱力学の式：

$$\frac{\partial b}{\partial t} + u \frac{\partial b}{\partial x} + v \frac{\partial b}{\partial y} + w \frac{\partial b}{\partial z} = w + Pr \nabla^2 b \quad (4)$$

連続の式：

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

ここで、プラントル数  $Pr = \frac{\nu}{\kappa}$ 、テイラー数  $Ta = \frac{f_*^2 d^4}{\nu^2}$  に対し  $f = Ta^{\frac{1}{2}}$ 、レイリー数  $Ra = \frac{-N^2 d^4}{\kappa \nu}$ 、と定義される。本研究では  $Pr = 1$  の場合のみ考察するので、以下では  $Pr$  に対する依存性を考えない。

## 2.2 境界条件

上下の境界では鉛直速度がなく、Free-Slip であり、温度 (浮力) 固定とする。このとき境界条件は、

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = 0, \quad w = 0, \quad b = 0 \quad (z = 0, 1) \quad (6)$$

東西方向の境界条件は、周期境界条件とする。

南北両端の境界条件は、主として No-Slip で温度固定であり、

$$u = U(0) \quad (y = 0) \quad (7)$$

$$u = U(L_y) \quad (y = L_y) \quad (8)$$

$$v = w = 0, \quad b = 0 \quad (y = 0, L_y) \quad (9)$$

である。但し、sin 型の周期的な基本場をもつ場合は  $y = 0, L_y$  で周期境界条件を用いた。

## 3 クエット流中の熱対流の線型論

はじめに、平面クエット流のもとでの熱対流の基本的な性質を理解するため、線型論によって調べることにする。

### 3.1 定式化と解法

基本場のシア流は、レイノルズ数  $Re$  を用いて、

$$U = Re y \quad (0 \leq y \leq L_y) \quad (10)$$

となる。

式 (1)-(5) を微小擾乱について線型化して、2.2 節で述べた境界条件のもとで、擾乱を  $x, z$  方向の波形の擾乱の重ね合わせとすると、各々の波数について、

$$\sigma u = -ikRe y u - (Re - f)v - ikp + \left( \frac{d^2}{dy^2} - k^2 - m^2 \right) u \quad (11)$$

$$\sigma v = -ikRe y v - fu - \frac{dp}{dy} + \left( \frac{d^2}{dy^2} - k^2 - m^2 \right) v \quad (12)$$

$$\sigma w = -ikRe y w + mp + Ra b + \left( \frac{d^2}{dy^2} - k^2 - m^2 \right) w \quad (13)$$

$$\sigma b = -ikRe y b + w + \left( \frac{d^2}{dy^2} - k^2 - m^2 \right) b \quad (14)$$

$$0 = iku + \frac{dv}{dy} + mw \quad (15)$$

を得る。これらの式の  $y$  微分を差分化すると、固有値  $\sigma$  に対する一般化固有値問題に帰着することができる。

以下の計算では  $m = \pi$  として行なう。 $y$  方向の水路幅は  $L_y = 10$  とし、差分は二次精度中央差分でグリッド数 101 ( $\Delta y = 0.1$ ) で行なった。パラメータ  $Re, Ta, Ra$  を与えたとき、様々な  $k$  に対して増幅率  $\sigma_r$  が最大となる固有値  $\sigma$  と固有モードを求めることができる。

ここでは、さらに  $Ra$  を様々に変化させることにより、増幅率  $\sigma_r = 0$  となる臨界レイリー数  $Ra_c$  における臨界モードを求めた。

### 3.2 結果

表 1 は様々な  $Re, Ta$  に対して  $\sigma_r = 0$  となる臨界レイリー数と臨界波数を示したものである。

これを見ると、 $Re = 0$  のとき及び  $Ta = 10^4, Re^2 \leq 10^2$  のときを除いて、 $k = 0$  の東西ロール状対流が卓越することがわかる。

また、回転がない ( $Ta = 0$ ) のときと、 $Re^2 = Ta$  のときは、 $Re^2 = Ta = 0$  の場合を除いて臨界レイリー数が  $Ra_c = 679$  で一致している。これ以外のときは、 $Ta < Re^2$  のときには  $Ra_c < 679$  と、より不安定になり、 $Re^2 < Ta$  のときには  $Ra_c > 679$  となり、より安定である。以下ではこれらの特徴について考察する。

#### 3.2.1 東西ロール状対流

式 (11)-(15) において、 $k = 0$  において、 $y$  方向の擾乱の形を  $e^{ily}$  のように仮定すると、固有値は解析的に求まって、

$$\sigma = -(l^2 + m^2) + \sqrt{\frac{Ra l^2 + f(Re - f)m^2}{l^2 + m^2}} \quad (16)$$

となる。

$\sqrt{\quad}$  内を見ると第 1 項  $Ra l^2$  は不安定成層により位置エネルギーからエネルギーを取り出す熱対流の効果を、第 2 項  $f(Re - f)m^2$  は基本場の水平シアから慣性不安定によってエネルギーを取り出す効果を表している。

表 1: 様々な  $Re, Ta(= f^2)$  での臨界レイリー数  $Ra_c$ 。括弧内はそのときの波数  $k$  の値。括弧のないものは  $k = 0$ 。負の  $Ra_c$  は成層が安定でも不安定が生じることを示す。

		$Ta$					
		0	1	10	$10^2$	$10^3$	$10^4$
$Re^2$	0	658 <sub>(2.2)</sub>	660 <sub>(2.2)</sub>	678 <sub>(2.2)</sub>	827 <sub>(2.6)</sub>	1678 <sub>(3.7)</sub>	5372 <sub>(4.4)</sub>
	1	679	679	692	837	1707	5361 <sub>(4.4)</sub>
	10	679	674	679	803	1655	5319 <sub>(4.4)</sub>
	$10^2$	679	660	632	679	1479	5302 <sub>(4.2)</sub>
	$10^3$	679	610	402	-15212	679	4538
	$10^4$	679	160	-28653	-130214	-370820	679

ここで、式 (11) より、

$$(\sigma + l^2 + m^2)u = (f - Re)v \quad (17)$$

であるため、 $f = Re$  のときは  $u = 0$  となり運動は純粋に  $y - z$  平面内だけで生じ、 $uv = 0$  のため水平シアによる擾乱の運動エネルギーの生成は起こらない。 $f > Re$  のときは、 $uv = \frac{f - Re}{\sigma + l^2 + m^2}v^2 > 0$  となる。このため、擾乱の運動エネルギーはレイノルズ応力を通じて基本場のシア流の運動エネルギーへと変換される。逆に、 $f < Re$  のときは  $uv < 0$  であり、基本場のシア流の運動エネルギーは擾乱の運動エネルギーに変換される。このことは、表 1 の  $Ta < Re^2$  と  $Ta > Re^2$  での臨界レイリー数の違いを説明する。

### 3.2.2 東西ロール状対流の形態の比較

#### (a) $f < Re$ の場合

図 1b は  $f < Re$  のときの擾乱の構造を示したものである。擾乱はロール状であり、その構造は基本的に  $f = 0$  の場合 (Davis-Jones, 1971, 図 1a) と大きく変わらない。水平流ベクトルも  $uv < 0$  となっている。よって、シア流のエネルギーは擾乱のエネルギーに変換される。ただし、 $f = 0$  の場合と異なり擾乱の  $u$  成分に働くコリオリ力  $fu$  によって、擾乱の  $v$  をさらに加速させる慣性不安定によって、臨界レイリー数は  $f = 0$  の場合よりも小さくなる。

#### (b) $f = Re$ の場合

$f = Re$  の場合には (図 1c)、 $v$  に働くコリオリ力の加速と基本場のシア流の運動量の南北移流の効果がちょうど打ち消しあって、 $u = 0$  となっている。そのため、基本場のシア流との間にレイノルズ応力を介した運動エネルギーの変換はない。また、 $f > 0$  であるが、慣性不安定に対して中立であるため、回転がない ( $f = 0$ ) 場合と全く同じ臨界レイリー数になっている。

#### (c) $f > Re$ の場合

$f > Re$  の場合では (図 1d)、コリオリ加速の効果がまさり、 $uv > 0$  となる。従って、対流の運動エネルギーはシア流の運動エネルギーに変換される。慣性不安定に対しては安定であり、 $u$  に対するコリオリ力が  $v$  の復元力となっているため、慣性不安定に対して中立な (b) の場合よりも臨界レイリー数は大きくなっている。

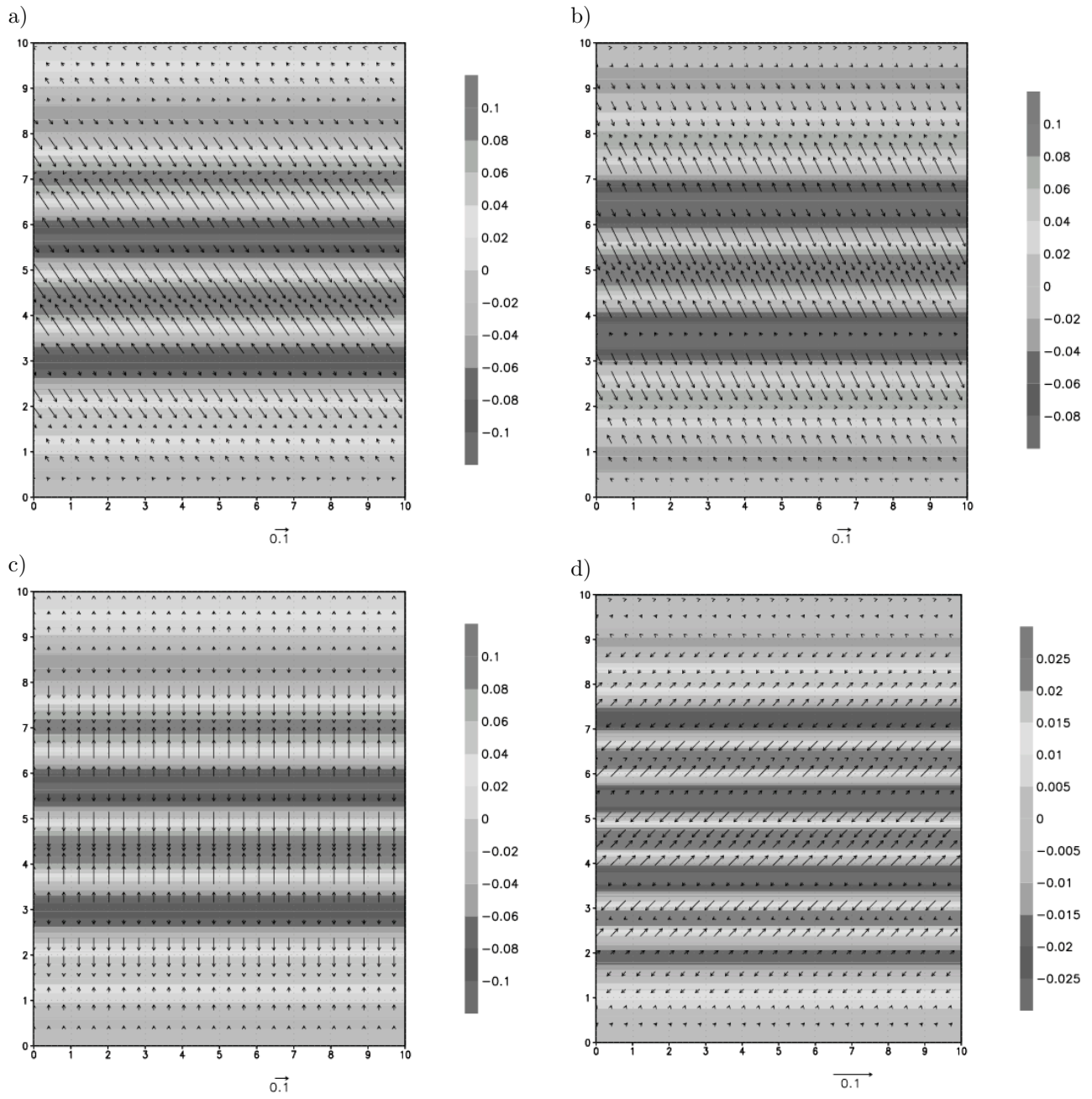
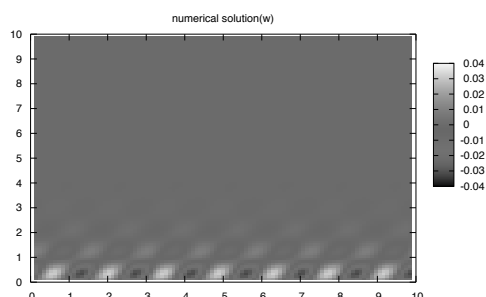


図 1: 熱対流の臨界モードの様子。矢印は最下層での水平流速ベクトル。カラスケールは中層での鉛直流を表す。全て  $Re^2 = 10^2$ 。a)  $Ta = 0$ , b)  $Ta = 10$ , c)  $Ta = 10^2$ , d)  $Ta = 10^3$ 。

a)



b)

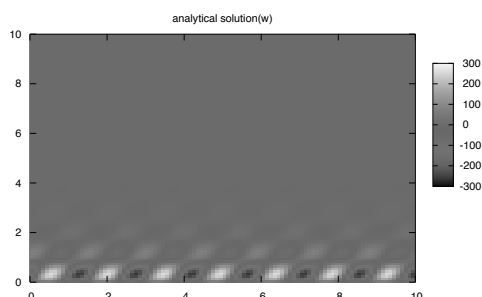


図 2:  $Ta = 10^4$  のときの臨界モードの中層での鉛直流  $w$ 。a) 固有値問題の数値解 ( $k = 4.4$ ,  $Ra_c = 5372$ ,  $\sigma_i = 6.7$ 。) b) 解析解 ( $k = 4.32$ ,  $Ra_c = 5306$ ,  $\sigma_i = 7.610$ )。

### 3.3 境界対流

$Re = 0, Ta = 10^4$  のとき、最も不安定なモードはロール状対流ではなく、意外なことに図 2a のような境界付近に捕捉された対流モードであることがわかった。

図 2b は解析的に求めた解である。図 2 の a と b を比べると、対流セルの東西、南北方向スケールや、対流セルが北東-南西方向に傾いている様子、南北方向に減衰していくスケールなど、非常に解の構造が似ている。また、臨界レイリー数と成長率の虚部が解析解で  $Ra_c = 5306$ ,  $\sigma_i = 7.610$ 、固有値問題の解で  $Ra_c = 5372$ ,  $\sigma_i = 6.7$  であり、値が近いことから、解析解が固有値問題の解をよく再現していることがわかる。

一般に中層の下降流(上昇流)の下層は水平面でみると高圧部(低圧部)となり、水平発散(収束)領域となっている。よって、中層の鉛直流分布は基本的には下層の圧力分布に対応している。対流が発達するためには、水平圧力傾度に伴う水平流の発散(収束)が効率良く行われる必要があるが、回転系においては、水平流は高圧部(低圧部)の周りで非発散の地衡流に近い流れになるようとするため、水平発散(収束)が起きにくくなる。水平発散(収束)の流れを形成するために圧力傾度がより大きくなければならなくなると、この圧力擾乱は下降流(上昇流)域において大きな鉛直上(下)向きの圧力傾度力を生み出すため、対流の発達が阻害される。この効果は回転が強く  $Ta$  が大きいほど大きくなる。

境界近くで下降流(上昇流)が強い場合でも、基本的には下層ではそれに対応した高圧部(低圧部)ができ、境界から離れたところでは等圧線に沿った時計周り(反時計周り)の流れができる。しかし、境界上では南北流が 0 になるという境界条件のため、等圧面に沿った流れが作れず、壁から見て高圧部(低圧部)の右側で南北の流れが収束(発散)し高圧部(低圧部)をつくる。

また、この南北流の収束(発散)は壁に近いほど大きく、この収束(発散)によってできた高圧部(低圧部)は壁から離れるにつれて弱まるため、北(南)向きの圧力傾度力となり、地衡風の関係から東(西)向きの流れを形成する。この流れは下降流(上昇流)域の下層で発散(収束)する流れであるので、対流を促進することになる。

## 4 クエット流中の熱対流の非線形時間発展

前章で調べた線型論による解析の結果を踏まえて、水平シア流中での熱対流の非線形時間発展を調べるために非線形数値モデルを作成し、このモデルを用いてクエット流の中での熱対流の挙動について調べる。

## 4.1 数値モデル

非線型数値モデルに用いた基本方程式は式 (1)-(5) であり、境界条件は 2.2 節で述べた通りである。

$x$  方向の構造はフーリエ級数で展開し、 $z$  方向の構造は上下の境界条件を満たすような三角関数で展開し計算した。非線形項は高速フーリエ変換を用いたスペクトル変換法によって、実空間で評価した。 $y$  方向の微分は 2 次精度の中央差分を用いて評価した。計算領域の大きさは  $x, y$  方向ともに  $L_x = L_y = 10$  である。格子数は  $x, y, z$  方向にそれぞれ 64, 101, 17 であり、格子間隔はそれぞれ 0.15625, 0.1, 0.0625 である。波数空間での切断波数は、それぞれ  $x$  方向に 21、 $z$  方向に 5 である。

時間積分には、2 次精度のルンゲクッタ法を用いた。ただし、粘性項と熱拡散項は拡散方程式の解析解によって評価する。また、数値誤差によって非圧縮の連続の式を満たさない発散成分が生じるので、これを取り除くために MAC 法を用いた。時間ステップは  $\Delta t$  は  $\Delta t = 10^{-3}$  である。

基本場としては、

$$u = Re \left( y - \frac{L_y}{2} \right) \quad (18)$$

の形のシア流を与え、位相がランダムで振幅が  $10^{-4}$  のホワイトノイズの微小浮力擾乱を与えた。

用いたパラメータの値は  $Re = 10, Ta = 10^4, Ra = 7 \times 10^3$  である。

## 4.2 結果

熱対流の成長初期段階 (図 3a) には、ランダムな初期擾乱に対応してできた対流セルが基本場のシア流によって北東-南西に傾けられると同時に、南北に隣接する対流セルと併合して、組織化していく様子がみられる。

時間が経つにつれて、さらに隣接する対流セルと併合する過程を繰り返すため、長く伸びたロール状の対流構造を作り、徐々に傾けられロール軸の向きが次第に東西方向に近づいてゆく (図 3b)。このような北東-南西に傾いた対流ロールの形成過程は、Yoshikawa & Akitomo(2003) の数値モデルにおいても再現されており、本研究の結果と整合的である。また、このとき同時に前節で述べたような境界に補足された対流モードが徐々に顕在化していく様子がみられる。境界に捕捉された対流セルが北東-南西に傾いている様子は線型論の結果 (図 2) と一致する。

しばらくすると、線型論の結果では内部領域において最も成長率の大きかった東西ロール状対流が強く発達し、傾いた対流ロールにかわって支配的になる。境界付近においては、前節の境界モードのセル状対流がより強く発達する。内部領域では東西ロール状対流の状態でしばらく発達した後、 $t = 1$  頃には非線形効果により対流の発達は止まる (図 3c)。

Yoshikawa & Akitomo(2003) は  $t = 1$  で計算を打ち切っているが、意外なことにその後、 $t = 2$  を過ぎると東西対流ロールに沿って、渦が発生した (図 3d)。続いて、このような渦に伴う対流セルが南北に結合することにより、再び傾いたロール状構造を作る (図 3e)。その後は再び東西ロール状対流に戻る (図 3f) という過程が何度か繰り返された。計算は  $t = 10$  で打ち切ったが、同様のサイクルは継続して生じると考えられる。

対流の運動エネルギーは  $t < 1$  では線型論的に発達して、およそ  $t = 1$  でピークに達する (図 4, 実線)。その後は運動エネルギーは極端に大きく変化することはないが、10 前後の値で増減を繰り返している様子がわかる。

一方、レイノルズ応力による擾乱から基本場のシア流への運動エネルギーの変換 (図 4, 破線) をみると、ほぼ擾乱の運動エネルギーと似た形で若干位相が先行して推移している。この二つのグラフの増減はセル状対流、傾いたロール状対流、東西ロール状対流構造のサイクルにほぼ対応していて、エネルギー変換の極小が傾いたロール状対流のとき、極大が東西ロール状対流のときに対応している。東西ロール状対流では線型論の結果の通り、基本場のシア流を強めるようにエネルギー変換が行われるが、そうでないときは基本場のシア流を強めるようになるとは限らないため、レイノルズ応力はほとんど 0 となってしまう。



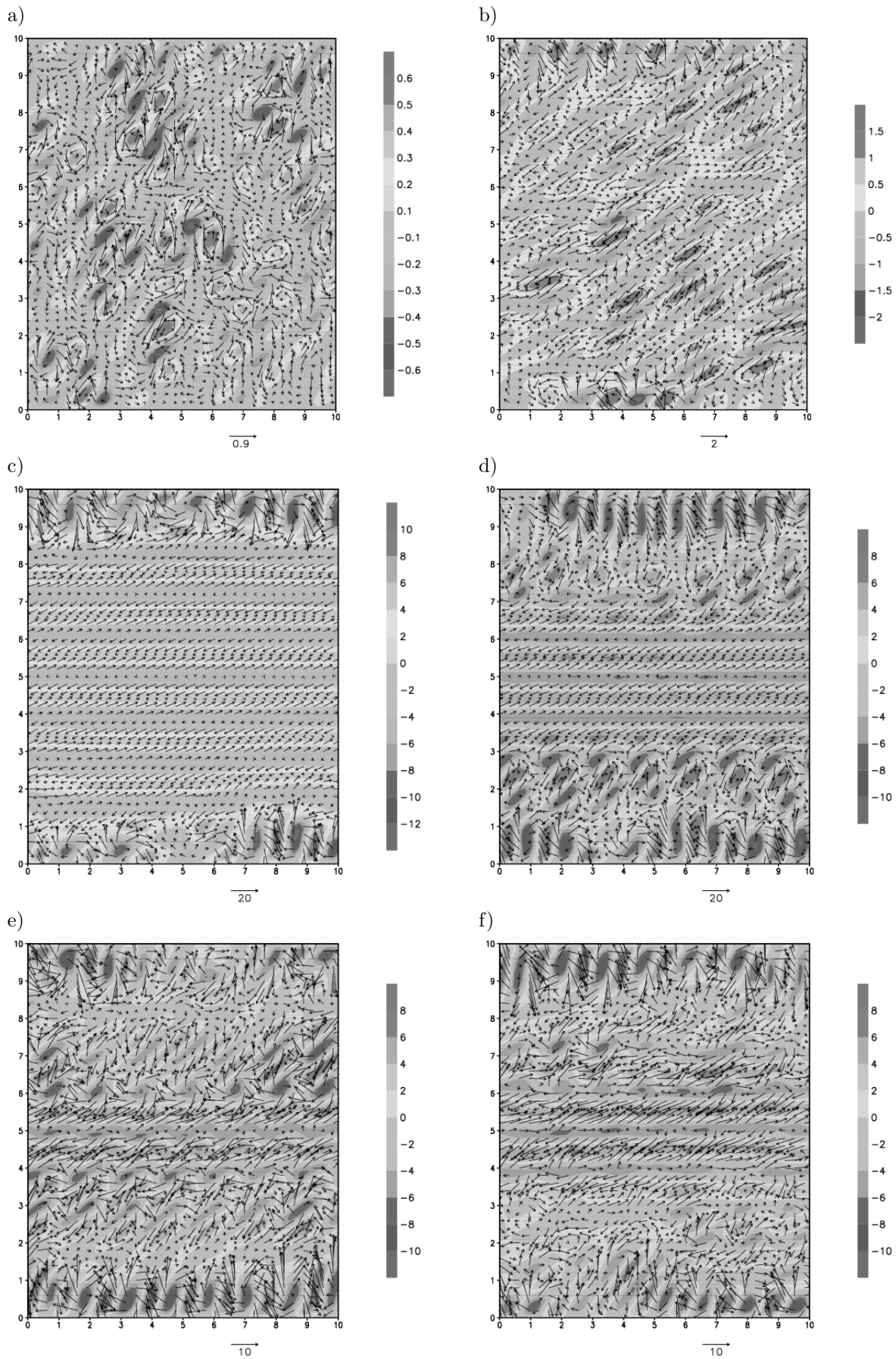


図 3:  $Re = 10, Ta = 10^4, Ra = 7 \times 10^3$  南北 No-Slip 境界条件での速度場。矢印は最下層での水平流速ベクトル、カラスケールは中層での鉛直流を表す。a)  $t=0.1$ , b)  $t=0.3$ , c)  $t=1$ , d)  $t=3$  e)  $t=3.5$ , f)  $t=4.5$



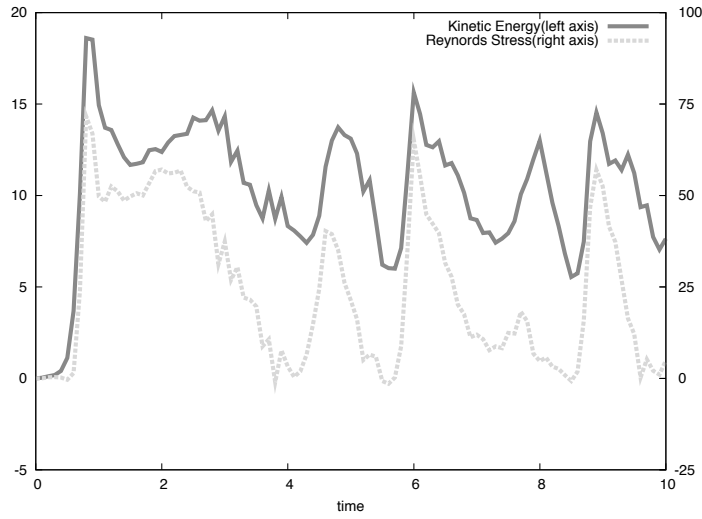


図 4: 擾乱の運動エネルギー  $\frac{1}{2} \overline{((u-U)^2 + v^2)}$  (実線、左軸) とレイノルズ応力による擾乱から基本場のシア流へのエネルギー変換  $\overline{(u-U)v} \frac{dU}{dy}$  (破線、右軸) をそれぞれ  $y$  方向に平均したものの時間変化。南北 No-Slip 境界条件。

## 5 sin 型ジェット流中の熱対流の非線形時間発展

木星や土星のような外惑星では大気の濃淡の縞状構造が観測されていて、これらの濃淡は東西帯状流のプロファイルに対応していることがわかっている。このような緯度方向に変曲点を持つシア流は、順圧不安定を起す可能性があり、熱対流とどのような相互作用を行うかという問題は、非常に興味のあるところである。

本章では南北に交互に東西流の方向が入れ替わる sin 型ジェット水平シアの中で熱対流がどのような相互作用を行うのかについて、非線形モデルを用いて調べることにする。

## 6 数値モデル

本章で用いる数値モデルは、クエット流中の熱対流の計算で用いたモデルと基本的には同じである。ただし、以下に述べるような変更点がある。

まず、基本流は

$$u = -Re L_y \cos\left(\frac{2\pi}{L_y}\right) \quad (19)$$

とする。南北境界条件については東西境界と同様、周期境界条件とする。 $y$  方向の構造も  $x$  方向と同様、フーリエ級数で展開して計算する。南北幅は  $L_y = 10$  であり、東西幅は  $L_x = 10$  と  $L_x = 15$  の場合の 2通りの計算を行った。格子数は  $x$  方向に  $L_x = 10$  のとき 64、 $L_x = 15$  のとき 96、 $y, z$  方向にそれぞれ、64、17であり、格子間隔はそれぞれ 0.15625、0.15625、0.0625 である。波数空間での切断波数は  $x$  方向に  $L_x = 10$  のとき 21、 $L_x = 15$  のとき 31、 $y, z$  方向に 21、5 である。時間ステップは  $\Delta t = 10^{-4}$  である。 $Re = 10$ 、 $Ta = 10^4$ 、 $Ra = 10^4$  で計算を行った。

## 6.1 結果

### 6.1.1 時間発展の様子

図5に最下層の擾乱の水平流と圧力の時間発展の様子を示す。熱対流の発達初期ではまず、 $\frac{dU}{dy} > 0$ である  $0 < y < 5$  の領域で対流の成長率が大きい(図5a)。これは、線型論による考察においても述べたように、 $0 < y < 5$ ではシアはより慣性不安定を起こす方向に働くのに対して、 $5 < y < 10$ では  $Re < 0$ であり、常に対流をより安定化させるように働くためである。

$0 < y < 5$ における対流ロールは基本場のシアによって次第に北東-南西方向に傾けられ、東西の対流ロールを形作る(図5b)。このとき、 $y = 0$ や  $y = 5$ 付近の基本場のシアが弱い領域では、 $k \neq 0$ のセル状対流が発達している。これも、線型論で考察した  $Re = 0$ の場合と整合的である。

$t = 0.4$ になると、それに遅れて  $5 < y < 10$ の領域でも東西対流ロールが形成され発達する(図5c)。一方、 $0 < y < 5$ では、東西の対流ロールが変形を始める。圧力場を見ると、東西波数1の成分が大きくなり、対流ロールの成分と重ね合わさっている様子が見てとれる。

$t = 0.9$ になると、東西波数1の成分が支配的になる(図5d)。図6は同じ  $t = 0.9$ における水平流と圧力を基本場の水平流と圧力も重ね合わせて示したものである。これを見ると、カルマン渦列のような互い違いに並んだ渦列を形成していることがわかり、順圧不安定が起きたときの渦と非常に良く似た形態を示している。

### 6.1.2 順圧成分の線型論との比較

前節の結果について考察を深めるために、順圧不安定について線型論により解析することにする。解析手法は第3章で述べた手法と同様である。ただし、ここでは順圧成分のみに着目するので、用いる方程式は水平方向の運動方程式と連続の式のみであり、 $m = 0$ である。また、 $y$ 方向に用いた格子点の数は、非線形数値モデルと同じ64とした。

東西波長を10としたとき、最も成長率の大きいモードを図7に示す。このモードの構造を図5dと比べると、圧力場が南北に「立った」構造をしていて東西に傾いていないことや、 $y = 3$ (図5dでは  $y = 5$ )付近に圧力の振幅が弱い領域があることなど、非常に良い対応をしているため、非線形数値モデルにおいても、この線型固有モードが現れたと考えられる。これも、図5.4と比べると互い違いに並んだ渦の構造が似ており、線型モードが成長すれば非線型モデルの結果が再現されることを示している。

しかし、線形論から求めたこのモードの成長率は  $\sigma = -0.495$  という負の値となった。従って、この擾乱は本来、減衰するはずである。実際図7を見てもわかるように、このモードは全領域で  $u = 0$  であり、レイノルズ応力を介して基本場のシア流からエネルギーを得ることはないので、粘性の効果によって減衰するはずである。ここで、ちょうど  $u = 0$  となったのは、基本場のシア流の南北波数と擾乱の東西波数が一致していたため、非粘性の線形安定論によれば、このとき中立モードが得られることを示すことができる。

これらのことから、 $L_x = 10$ において安定であるはずの順圧モードの発達には、熱対流が関わっていることは明らかである。

### 6.1.3 エネルギー解析

前項で見た順圧不安定モードと熱対流との関係についてより詳しく調べるために、本節では運動エネルギー収支の解析を行う。

ここでは、物理量を傾圧成分と順圧成分に分け、さらに順圧成分を平均流成分と渦成分(平均流成分からの偏差)に分ける。

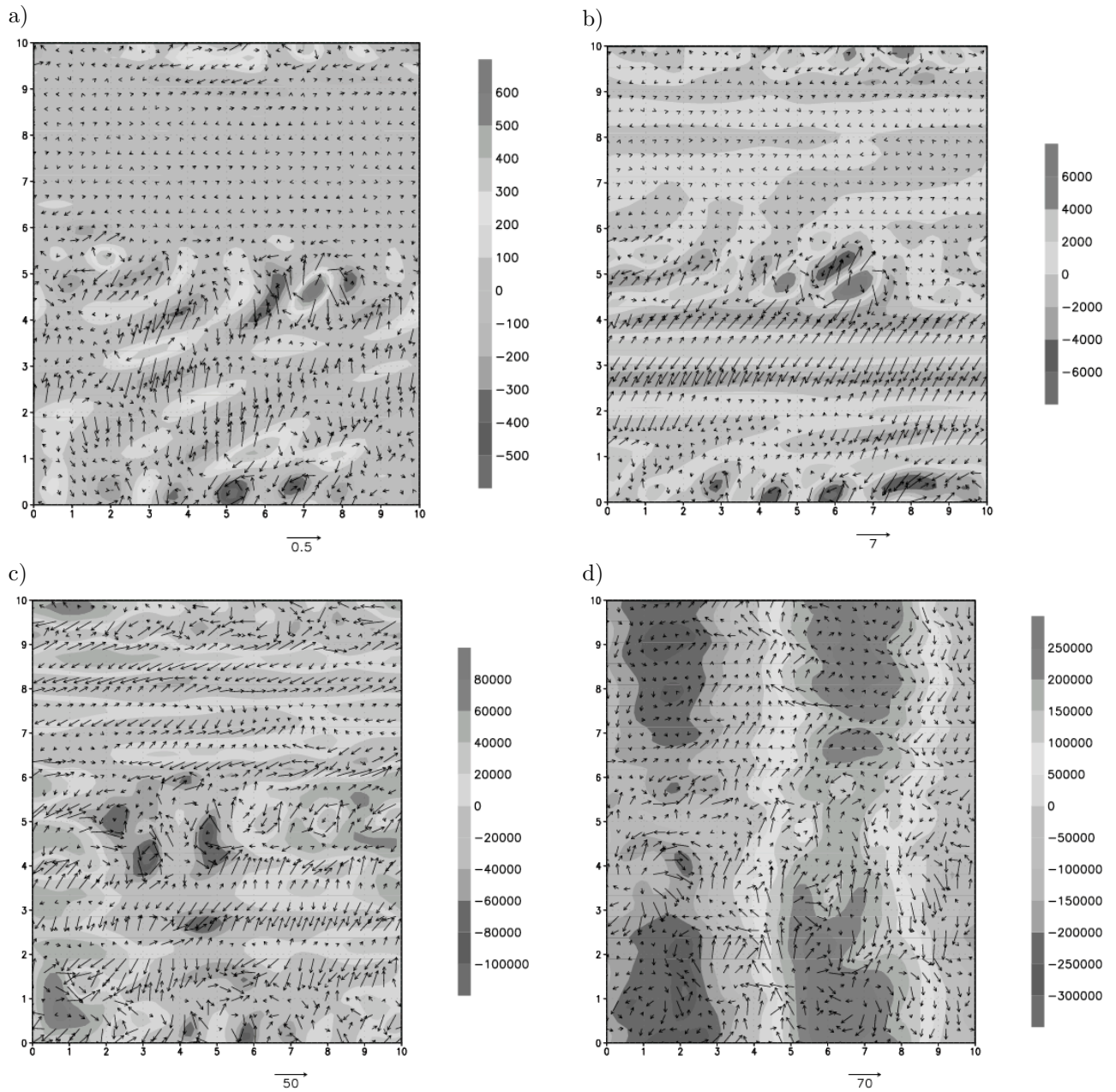


図 5: 矢印は最下層での擾乱の水平流。カラースケールは最下層での擾乱の圧力を表す。a)  $t = 0.1$ , b)  $t = 0.2$ , c)  $t = 0.4$ , d)  $t = 0.9$ 。

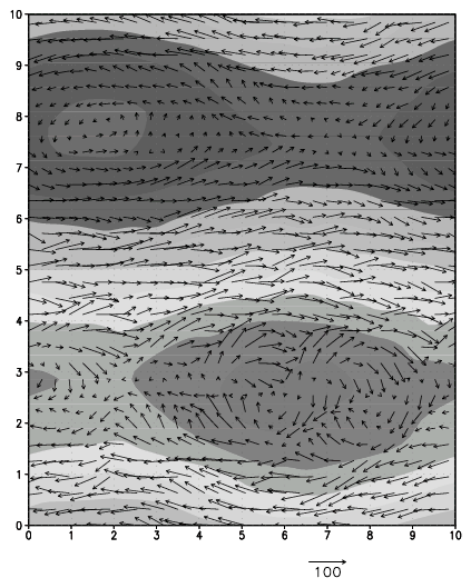


図 6: 基本場も含めた最下層の水平流(矢印)と圧力(カラースケール)の分布。 $t = 0.9$ 。

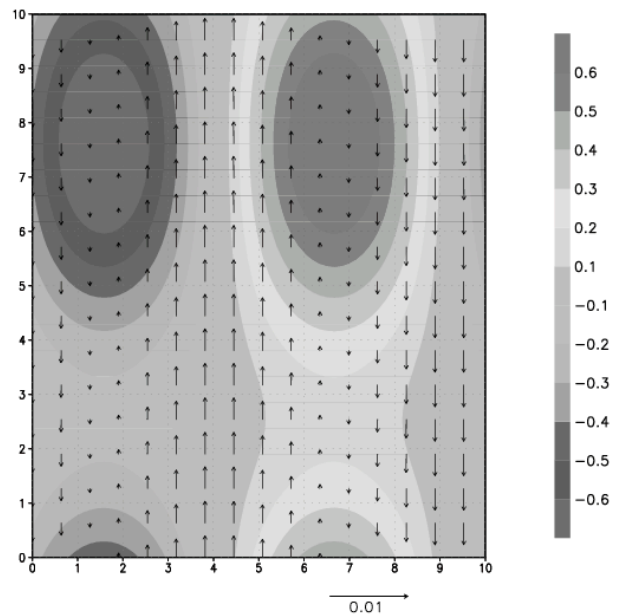


図 7: 線型解析による順圧固有モード。矢印は水平流。カラースケールは圧力。

図 8 は運動エネルギーの各成分の変化である。順圧渦のエネルギーは傾圧成分に比べてはるかにゆっくりとした成長率で発達するが、着実に増加を続け、 $t = 1$  では傾圧成分とほぼ同じエネルギー量に達している。

図 9 は運動エネルギーの変換項の時間変化を図示したものである。順圧渦から順圧平均流へのエネルギー変換は、ほとんどの期間でわずかに負であるが、その他の項に比べればはるかに小さい。もし、順圧不安定によって順圧渦が成長したのであれば、このエネルギー変換はもっと大きくなるはずである。一方、傾圧から順圧渦へのエネルギー変換は対流の成長に伴って増大し、その後も常に正であった。

このことから、順圧的な渦は対流の傾圧運動エネルギーからのエネルギー変換によって発達、維持されていることがわかる。

## 7 まとめと考察

本研究では大規模な水平シア流の中で小規模な熱対流がどのような形態を形成し、それがどのような特徴をもつのか、また、水平シア流やそれによって生じる順圧的な渦とどのような相互作用を行うかについて、主に線型安定性理論と非線型数値計算により調べた。

クエット流の中での熱対流の線型論の考察は、Davis-Jones(1971)による研究を回転系に拡張したものである。本研究により、回転系でも水平シア流中ではほとんどのパラメータ範囲で流れの方向に軸を持ったロール状対流が最も不安定なことが明らかになった。中でも東西ロール状対流において、水平シアの特性により慣性不安定が熱対流に対して安定化も不安定化もするという結果は特筆すべき点である。一般に、惑星規模の大気の運動においては、低緯度を除いてシア流の相対渦度が惑星渦度を越えることは稀であるが、局所的に相対渦度が大きいような状況において、慣性不安定がロール状対流の成長を助ける状況が生じることは実際に起き得ることであると考えられる。一方、水平シア流と熱対流との相互作用という本論からは外れるが、回転が大きくシアが十分弱いときには、境界の影響を受けない対流モードではなく境界付近に捕捉された対流モードが臨界モードとなるという、これまで指摘されていない意外な性質が明らかになった。境界付近で

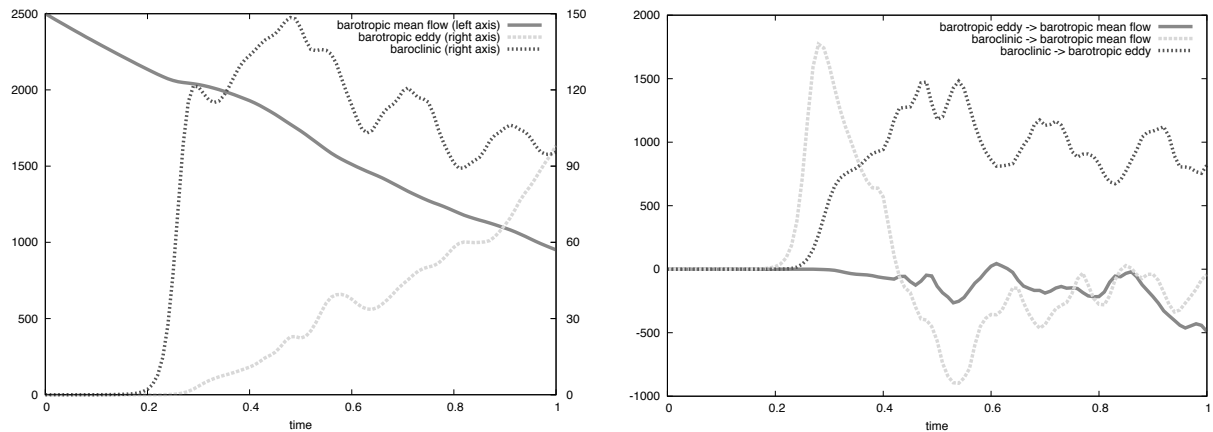


図 8: 運動エネルギーの各成分の時間変化。実線: 順圧平均流 (左軸)、薄破線: 順圧渦 (右軸)、濃破線: 傾圧平均流、薄破線: 傾圧→順圧平均流、濃破線: 傾圧→順圧渦 (右軸)

は粘着条件によって対流は抑制されると期待されるが、回転系においては境界の存在は対流による渦成分の流速生成を抑え水平面内の収束・発散を容易にするため、対流の発達を容易にすることがわかった。

クエット流の中での熱対流の非線形時間発展の数値計算では、線型論で示した熱対流が基本場のシア流を強めるという働きが確認された。また、東西ロール状対流からセル状対流、斜めに傾いたロール状対流、再び東西ロール状対流、と対流の形態の変化のサイクルが繰り返されることがわかった。

緯度方向に  $\sin$  型のプロファイルをもつシア流においては、順圧不安定に対して安定・中立であっても、対流からエネルギーの供給を得て発達するモードが実現することがわかった。実際の惑星大気では、 $\beta$  効果が順圧不安定を抑制する働きをしていると考えられ、 $\beta$  効果は小スケールの順圧渦に対する抑制は効果的でないと考えられるので、対流スケールで生成された順圧渦の運動エネルギーが順圧渦に輸送されることが可能であると考えられる。

ここで考えた単純な設定の範囲内でも現実の惑星大気の間では様々なパラメータの相違があることに留意したい。基本場のシア流や大規模渦に対する対流のスケールは、現実大気中では本研究で扱ったものに比べてはるかに小さい。そのような条件でも、熱対流は似たような形態を示すのか、順圧渦に対してエネルギーを効果的に供給するのか、ということは興味ある課題である。粘性消散の効果がはるかに小さい現実的条件のもとで、熱対流がシア流を強める効果のみによってシア流を維持できるだろうか、また、粘性ではなく  $\beta$  効果が順圧不安定を抑えるような条件のもとで、対流と水平シア流と順圧不安定がどのような相互作用を行うのだろうか、という疑問も生じてくる。今後これらの課題についても取り組んでいく必要がある。

## 参考文献

- [1] Davis-Jones,R. 1971: Thermal convection in a horizontal Couette flow. *J. Fluid Mech.*, 49, 193-205.
- [2] Hathaway,R.C. & Sommerville,J. 1987: Thermal convection in a shear flow. *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics*,48, 43-68.
- [3] Yoshikawa,Y. & Akitomo,K. 2003: Transverse roll convection in horizontal plane Couette flow. *J. Fluid Mech.*, 493, 191-208.