

f 平面浅水系における非定常な渦流からの重力波放射 -パラメータ走査実験-

Gravity wave radiation from unsteady vortical flows in an f -plain shallow water system -Parameter sweep experiment-

*杉本 憲彦 (Sugimoto Norihiko) · **石岡 圭一 (Ishioka Keiichi)
*名古屋大学大学院工学研究科, **京都大学大学院理学研究科

f 平面浅水系において、渦流の非定常運動に伴う重力波放射を数値的に調べた。基本場として初期にバランスしたジェット流を設定し、順圧不安定の発達と帯状構造を維持する強制により、非定常な渦流を実現した。地球回転の影響に着目し、重力波フラックスをロスビー数 (Ro ; 移流項とコリオリ項の比)、フルード数 (Fr ; 流速と重力波の位相速度の比) ではられる幅広いパラメータ領域で調べた。まず Fr 依存性では、 Ro が大きい (地球回転の効果が小さい) 領域で、古典的な渦からの音波放射理論で予測される Fr のべき則が成り立つ一方、 Ro の小さい (地球回転の効果が大きい) 領域でこのべき則は成り立たなかった。また、 Ro 依存性では、 Ro の大きい領域で重力波フラックスは一定であるのに対して、 Ro の小さい領域で急激に減少し、これらの Ro の中間の領域では、重力波フラックスは極大値を持った。重力波ソースとその振動数スペクトルの解析により、これらの結果を解釈した。 Ro の小さな場合の Fr のべき則の破れは、 Fr の増加に伴う変形半径の減少と慣性振動数のカットオフ効果によっていた。変形半径の減少は、渦の相互作用を抑制し、渦を安定化させる。このためジェットの非定常運動の振動数が減少し、カットオフ効果が強い影響を与えていた。また、 Ro 小さい領域での重力波フラックスの急激な減少はカットオフ効果によって、 Ro の中間領域での極大は、地球回転の効果を含むソース項が卓越する一方でカットオフ効果が未だ重要でない遷移領域にあるためであることが示された。

1. はじめに

重力波は遠方までエネルギーや運動量を輸送し、中層大気の大循環を駆動する点 (Holton *et al.*, 1995) で重要である。近年の観測的研究では、極夜ジェット (Yoshiki and Sato, 2000) や、亜熱帯ジェット (Kitamura and Hirota, 1989)、台風 (Pfister *et al.*, 1993) 等の強い渦流からの重力波放射の可能性が報告されている。この重力波の放射過程は、初期に非バランス状態を仮定した古典的な地衡流調節問題 (Rossby, 1938) では説明できない。なぜなら、これらの重力波は、むしろほぼバランスした流れの非定常運動に伴って放射されるためである。近年、渦流からの重力波放射は突発的の重力波放射 (Ford *et al.*, 2000) と呼ばれ、室内実験 (Williams, 2006) や数値モデル (大気大循環モデル; O'Sullivan and Dunkerton, 1995, メソモデル; Plougonven, 2005, 簡略モデル; Sugimoto *et al.*, 2006b)、理論的研究 (Vanneste and Yavneh, 2005) 等によって盛んに研究されている。

本研究では、バランスした渦流とバランスしない重力波を含むもっとも簡略化した系である f 平面浅水系を用いた数値実験を行い、渦流からの重力波放射を調べる。 f 平面浅水系の特徴は回転の効果を無視すると、比熱比 $\gamma = 2$ の圧縮性流体の方程式と等価な点にある。それゆえ、 f 平面浅水系における重力波は空力音響学における音波と対応づけられる。空力音響学における渦からの音波理論では、小さなマッハ数 M ($M = U/C_a$; U は流速で、 C_a は音波の位相速度) での、音波放射の強さに M のべき依存性が成り立つことがよく知られている (Lighthill, 1952)。本研究では、 M と物理的に等価な Fr ($Fr = U/C_g$; U は流速で、 C_g は重力波の位相速度) 依存性 (Sugimoto *et al.*, 2005) 及び地球回転の効果 (Ro 依存性) に着目し、 Ro , Fr の広範なパラメータ領域で渦流からの重力波放射を調べる (Sugimoto *et al.*, 2006c)。

2. 基礎方程式と実験設定

本研究では非定常なジェットからの重力波放射を、以下の

f 平面浅水方程式系において調べる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv = -g \frac{\partial h}{\partial x} \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fu = -g \frac{\partial h}{\partial y} \quad (2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} + h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0. \quad (3)$$

ここで、 t は時間で、従属変数 u と v は経度方向 (x) と緯度方向 (y) の速度成分で、 h は水位である。また f, g はコリオリパラメータ、重力加速度である。(1)-(3) の定常解として、順圧不安定な帯状ジェット (Hartmann, 1983),

$$(u_0, v_0) = \left(U_0 \operatorname{sech} \left(\frac{2y}{B} \right), 0 \right), \quad (4)$$

及び地衡流バランスにある水位、

$$h_0 = - \left(\frac{fBU_0}{g} \right) \arctan \left\{ \exp \left(\frac{2y}{B} \right) \right\}, \quad (5)$$

ここで、 U_0, B はそれぞれ、ジェットの強さ、幅を与えるパラメータである。本研究では、底面地形 h_b を導入し、平均水深 $H_0 (= \bar{h} - h_b)$ をジェットの南北で一定にした。擾乱 (u, v, h) の方程式は、

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv = -g \frac{\partial h}{\partial x} - \underbrace{\alpha(u - u_0)}_{\text{forcing}}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fu = -g \frac{\partial h}{\partial y} - \underbrace{\alpha(v - 0)}_{\text{forcing}}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial (h - h_b)}{\partial x} + v \frac{\partial (h - h_b)}{\partial y} + (h - h_b) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0, \quad (8)$$

ここで α はジェットの領域以外で 0 である。

また、基本場のジェットのパラメータにより、無次元化パラメータ Ro (ロスビー数) と Fr (フルード数) を以下で定義する。

$$Ro \equiv \frac{U_0}{fB}, \quad Fr \equiv \frac{U_0}{\sqrt{gH_0}}. \quad (9)$$

本研究では U_0 と B を固定したため、 Ro は f を決め、 Fr は $1/\sqrt{gH_0}$ を決めるパラメータになる。図 1 は $Ro = 100$, $Fr = 0.3$ における基本場の緯度構造の一例である。ポテンシャル渦度の緯度変化 $d\bar{q}(y)/dy$ ($\bar{q} = (\bar{\zeta} + f)/H_0$; ここで、 $\bar{\zeta} = -\partial\bar{u}/\partial y$ は渦度) がジェット領域で符号を変えるため、このジェットの基本場は順圧不安定の必要条件を満たす。順圧不安定とジェットを維持する強制の効果により、ジェットの非定常運動を再現し、ここからの重力波放射を調べた。

数値実験の領域は、関係式 $y = 2r \tan(\theta/2)$ によって、 $\theta \in (-\pi, \pi)$ を $y \in (-\infty, \infty)$ に写像することで、 x 方向に周期 2π , y 方向に無限領域を設定した (Ishioka, 2006)。ここで、 r は x 方向と y 方向のグリッド間隔の比を決めるスケールパラメータである。この変換によって、ジェット領域のグリッド間隔を密にとる一方で、重力波の伝播域のグリッド数の節約が可能になる。非線形数値実験では、浅水方程式をスペクトル変換法 (Ishioka, 2002) によって解いた。分解能を x 方向切断波数 $K = 21$, y 方向切断波数 $L = 336$ (64×1024 grids) に設定し、遠方でスポンジの働きをする擬高階粘性を入れて、4 次精度のルンゲクッタ法で時間積分した。

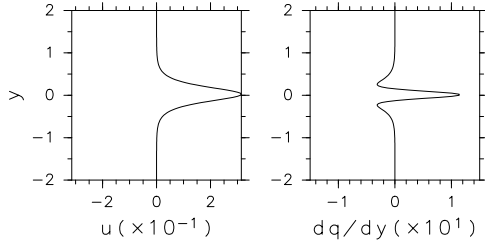


図 1: $Ro = 100$, $Fr = 0.3$ における帯状な基本場の緯度構造の拡大図: (左) $\bar{u}(y)$, (右) $d\bar{q}(y)/dy$.

3. ライトヒル方程式、重力波フラックス

Ford(1994) にならぬ底面地形を導入した強制散逸 f 平面浅水系におけるライトヒル方程式 (Lighthill, 1952) は以下になる。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 - c_0^2 \nabla^2 \right) \frac{\partial h}{\partial t} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} T_{ij} - F_1 - F_2. \quad (10)$$

ここで、 $x_1 = x, x_2 = y$ で $c_0 = \sqrt{gH_0}$ は最も速い重力波の位相速度を表す。左辺は重力波の伝播を表し、右辺は重力波のソースを表す。また、 T_{ij} は以下のように書ける。

$$T_{ij} = \frac{\partial(hu_i u_j)}{\partial t} + \frac{f}{2} (\epsilon_{ik} h u_j u_k + \epsilon_{jk} h u_i u_k) + \frac{g}{2} \frac{\partial}{\partial t} (h - H_0)^2 \delta_{ij}. \quad (11)$$

ここで、 $\epsilon_{12} = \epsilon_{21} = -1, \epsilon_{11} = \epsilon_{22} = 0$ で $u_1 = u, u_2 = v$ である。 F_1, F_2 は強制と底面地形によるソース項である。

次に、(10) を x 平均した 1 次元のクラインゴールドン方程式の解を考える。 $\partial^2 \bar{T}_{22}(y, t)/\partial y^2$ 及び $\bar{F}(y, t) = \bar{F}_1 + \bar{F}_2$ を x 方向に平均したソース項として、ソース域から離れた場所での x 方向に平均した $\partial \bar{h}(y, t)/\partial t$ は以下の形に書ける。

$$\frac{\partial \bar{h}(y, t)}{\partial t} = \frac{1}{2c_0} \int_{t_0}^t dt' \int_{y_-}^{y_+} dy' J_0(f S_q) T'. \quad (12)$$

ここで、

$$y_{\pm} = y \pm c_0(t - t'),$$

$$S_q = \sqrt{(t - t')^2 - \left(\frac{y - y'}{c_0}\right)^2},$$

$$T' = \frac{\partial^2 \bar{T}_{22}(y', t')}{\partial y'^2} - \bar{F}(y', t').$$

(12) を y 方向に一度積分し、次の方程式を得る。

$$\frac{\partial \bar{h}(y, t)}{\partial t} = \frac{1}{2c_0} \int_{t_0}^t dt' [\bar{T}'_+ - \bar{T}'_-] + D \quad (13)$$

ここで、

$$\bar{T}'_{\pm} = \frac{\partial \bar{T}_{22}(y_{\pm}, t')}{\partial y} + \bar{F}'(y_{\pm}, t'). \quad (14)$$

また、 $\bar{F}'(y, t')$ は強制と底面地形によるソース項を x 方向に平均して y 方向に一度積分したものの和で、 D は分散性の効果を表す項である。もし、ジェット近傍のソースが与えられれば、(13) より、ジェット領域から離れた場所での重力波を計算することができる。

さらに、(10) を x 平均した 1 次元クラインゴールドン方程式について、重力波放射のスケールを見積もる (Ford, 1994)。以下の議論では、強制と底面地形のソース項からの寄与は小さいので省略する。時間方向に波型解を仮定して $\bar{T}_{22}(y) \sim \omega \hat{u}^2(y) H_0$ を考慮すると、 $\bar{h}(y, t) \sim H_0 (U_0/c_0)^2 \left(B(\omega^2 - f^2)^{\frac{1}{2}}/c_0 \right)$ が得られる。ここで、 U_0, B, H_0 をそれぞれジェット領域の速さ、長さ、深さの特徴的なスケールとした。浅水系では、ポテンシャル渦度の無い領域で、擬エネルギー及びそのフラックスは以下で表せる。

$$A_e = \frac{1}{2} h(u'^2 + v'^2) + \bar{u} u' h + \frac{1}{2} g h'^2, \quad (15)$$

$$\mathbf{F}_e = \mathbf{u} A_e + H_0 \mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}' \mathbf{u}' - \frac{1}{2} H_0 \mathbf{u}'^2 \mathbf{u}_0 + \frac{1}{2} g h'^2 \mathbf{u} + g H_0 h' \mathbf{u}'. \quad (16)$$

ここで、 $(u, v, h) = (\bar{u}, 0, H_0) + (u', v', h')$ で、 $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}'$, $\mathbf{u}_0 = (\bar{u}, 0)$, $\mathbf{u}' = (u', v')$ である。よって、擬エネルギーフラックスのスケールは、 h' のスケールを用いて、遠方では以下でスケールされる。

$$F_e \sim \frac{\omega B^2 U_0^3 Fr(\omega^2 - f^2)^{\frac{1}{2}}}{g}. \quad (17)$$

U_0, B が一定であることを考慮すると、 ω が一定で f が無視できる極限で、重力波フラックスは Fr の 1 次のべき則に従う。一方 $\omega B \sim U_0$ が成り立ち、 H_0 を一定の場合は、 F_e は U_0 の 6 乗に比例し、空力音響学における音波放射の M の 6 乗則に一致する。

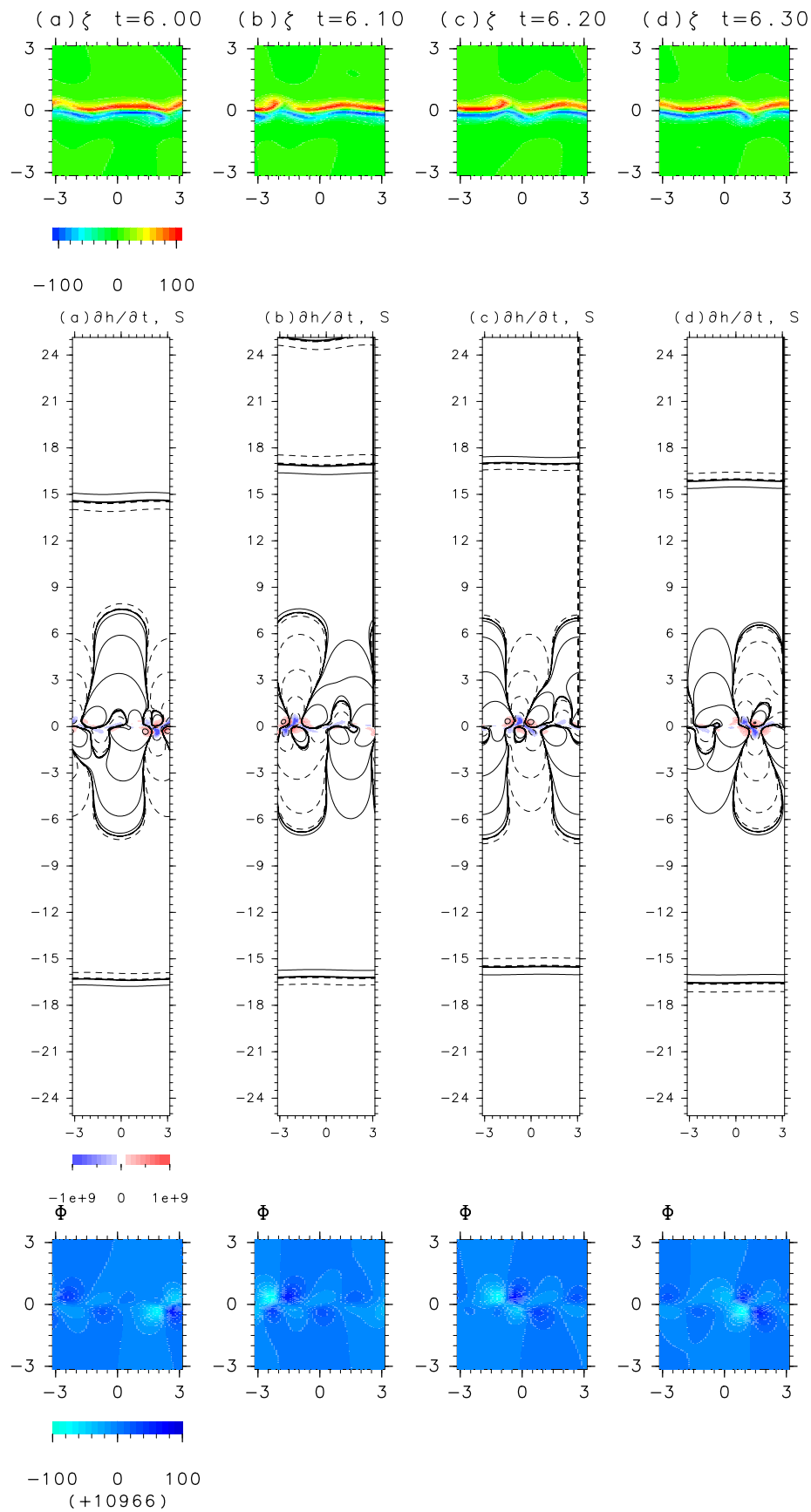


図 2: (上) 渦度, (中) $\partial h/\partial t$ (コンター) と (10) の右辺の全ソース (カラー), (下) ジオポテンシャルハイトの時間発展 ((a) $t = 6.0$, (b) $t = 6.1$, (c) $t = 6.2$, (d) $t = 6.3$) の一例. 横軸 x , 縦軸 y . ソースの負の領域は青, 正の領域は赤で塗ってある. コンターは 0 及び $\pm 10^i$, ($i: -3, -2, \dots, 8$) を示し, 正の値とゼロ値のコンターは実線, 負の値のコンターは破線である.

4. 結果

まず, $Ro = 100, Fr = 0.3, \alpha = 12$ における時間発展の結果を示す. 図 2 は渦度 ζ , $\partial\bar{h}/\partial t$ と (10) から計算した全ソース, ジオポテンシャルハイト Φ の時間発展の一例である. 渦度の強い領域に強い重力波のソースが局在し, この強い渦度領域の時間変化にともなって, 重力波はジェット領域から継続的に放射されている. すなわち, 渦度の非定常運動の振動数が, 放射される重力波の振動数を決定する. ソースの近傍では, 重力波の x 方向波数はその領域のソースの波数に一致して 2 であるが, 遠方場では重力波は x 方向に帯状な構造を持つ. 波数 2 の重力波は重力波の分散関係より非伝播性である.

図 3 はエンストロフィーの各 x 方向波数成分の時間変化と x 方向に平均した $\partial\bar{h}/\partial t$ の t - y 断面図である. 不安定擾乱の発達の効果と強制によるジェットを維持する効果によって, エンストロフィーが非周期的に変化し, このジェットの非定常運動に伴ってジェット領域 ($y = 0$) の近傍から継続的に重力波が放射される.

図 4 は $\partial\bar{h}/\partial t$ の時間変化をジェットから離れた各緯度 y について示したものと, (13) から分散関係を省いて理論的に計算したものである. 無限遠方に境界を持つモデルを用いたことで, 重力波の反射等は起こらない. このため, 遠方場の帯状な重力波は, 帯状平均したライトヒル方程式の解からほぼ完璧な精度で求めることができる. すなわち, 重力波はこの図の領域 ($0 \leq y \leq 40$) ではほとんど数値粘性や強制の

影響を受けずに渦流領域から放射, 伝播する. 本結果は, この領域での重力波放射の特徴について, 精度のよい解析が可能であることを示しており, 以下では, そのパラメータ依存性を調べていく.

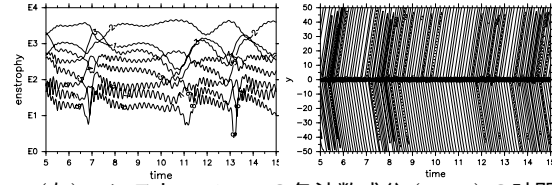


図 3: (左) エンストロフィーの各波数成分 (1-8) の時間変化, (右) $\partial\bar{h}/\partial t$ の t - y 断面図. コンター間隔は 1 で, 正の値とゼロ値は実線, 負の値は破線である.

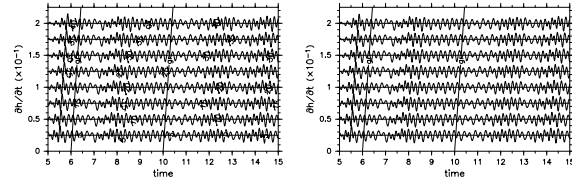


図 4: (左) 各緯度 y での $\partial\bar{h}/\partial t$ と (右) (13) からジェット領域の全ソースを用いて計算したもの. 各線はそれぞれ $y = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40$ でゼロ線を緯度毎に $0.05y$ だけずらしてある. "gr" はもっとも早い重力波の位相速度.

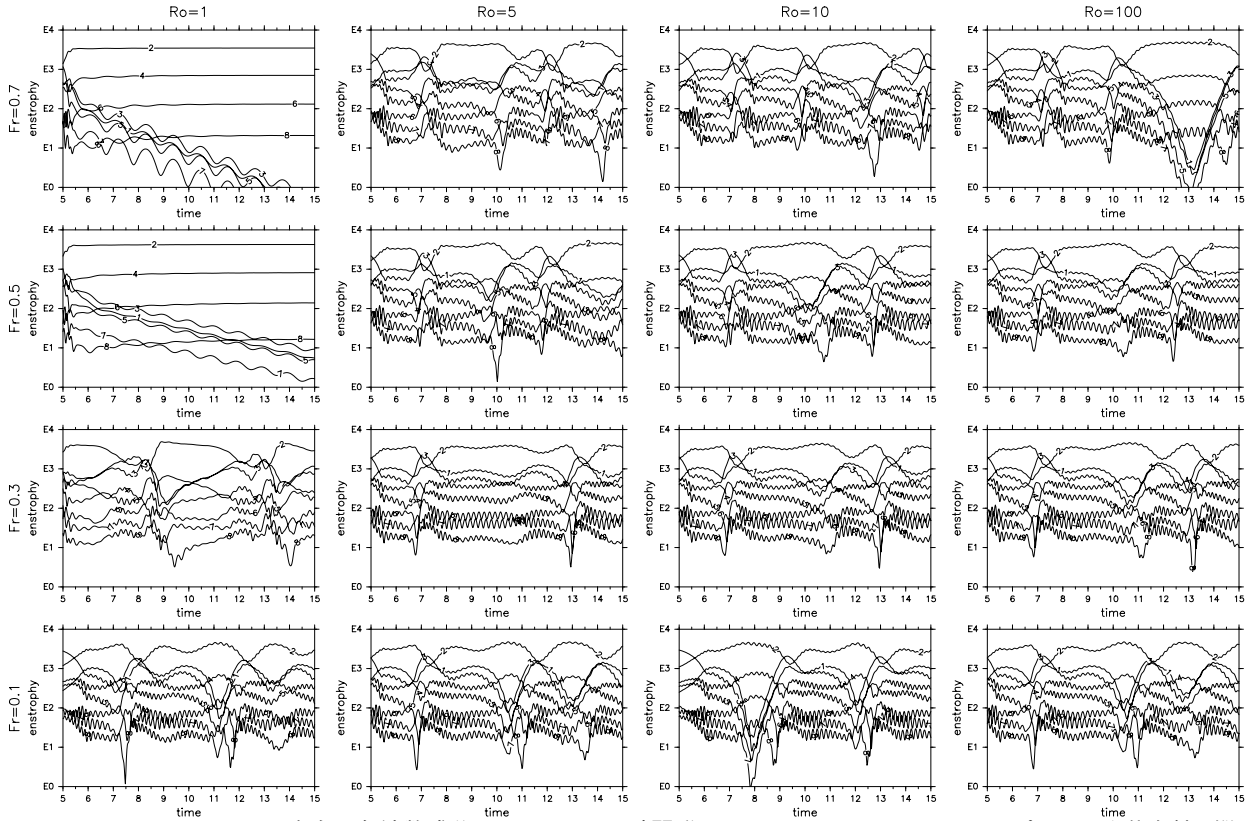


図 5: エンストロフィーの x 方向の各波数成分 ($k = 1 - 8$) の時間発展 ($5.0 \leq t \leq 15.0$) の Ro - Fr パラメータ依存性. 縦に $Fr (= 0.1, 0.3, 0.5, 0.7)$, 横に $Ro (= 1, 5, 10, 100)$ を示す.

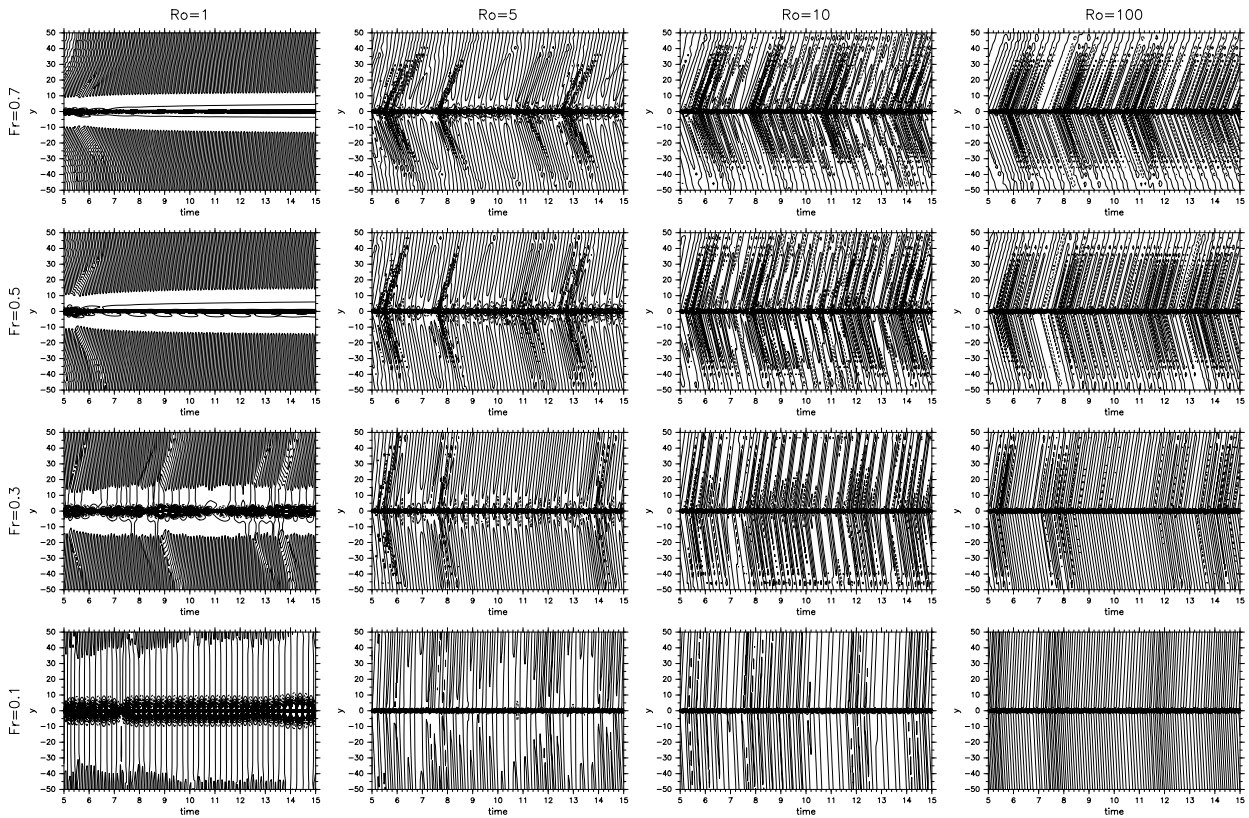


図 6 : $\partial \bar{h} / \partial t$ の t - y 断面図 ($5.0 \leq t \leq 15.0$, $-50 \leq y \leq 50$) の Ro - Fr パラメータ依存性. 縦に $Fr (= 0.1, 0.3, 0.5, 0.7)$, 横に $Ro (= 1, 5, 10, 100)$ を示す. コンター間隔は図 3 と同じである.

図 5 はエンストロフィーの各 x 方向波数成分の時間発展の Ro - Fr パラメータ依存性を示したものである. $Ro = 1$ で Fr が大きな場合 (0.5, 0.7) を除いた全パラメータ領域で, 図 3 と定性的に同じジェットの変位運動が起こっている. すなわち, Ro や Fr の変化に対応した f や H_0 の変化は渦流の流れ場に影響を与えていない. $Ro = 1$ の大きな $Fr (= 0.5, 0.7)$ では, 変形半径 ($\sqrt{gH_0}/f = RoL/Fr$) の減少のために, ジェットの非線形相互作用が起こりにくくなり, 流れが定常化している.

図 6 に非線形段階での $\partial \bar{h} / \partial t$ の t - y 図の Ro - Fr パラメータ依存性を示す. $Ro = 5, 10, 100$ では, 図 5 で示したジェットの非定常運動に伴って, ジェット領域 ($y = 0$) から継続的に重力波が放射される. 重力波の位相速度は $\sqrt{gH_0} = u_0/Fr$ で与えられるため, 大きな Fr の方が水深が浅く位相速度は遅い. 図 5 で見たように, ジェット領域の非定常運動の振動数は Fr 変化に関してほぼ一定である. このため, 小さな Fr の重力波の方が同じ 1 周期のジェットの振動の間により遠くまで伝播する. すなわち, 小さな Fr の重力波の南北波長は長くなり, 重力波の波長は Fr^{-1} に比例する. また, 大きな Fr で $\partial \bar{h} / \partial t$ の振幅は大きい. 一方 $Ro = 1$ では, ジェットの非定常運動のない大きな $Fr (= 0.5, 0.7)$ で重力波が放射されないのみならず, ジェットが非定常運動する $Fr = 0.1, 0.3$ でも重力波はほとんど放射されない ($Fr = 0.1$ にみえる変動は重力波ではなく, ジェットの非定常運動に伴うバランスしたモードで, 位相速度も重力波と異なっていることに注意).

図 7 は $Ro = 10$ (左) 及び $Ro = 100$ (右) での重力波フラックスの Fr 依存性である. $y = 40$ で帯状平均した重力波フラックスについて, $5.0 \leq t \leq 15.0$ の時間平均値を示す. 地球回転の効果が無視できる大きい $Ro (= 100)$ では, (17) の Fr のべき則が成り立つ一方で, それほど大きくない $Ro (= 10)$ ではこのべき則に従っていない.

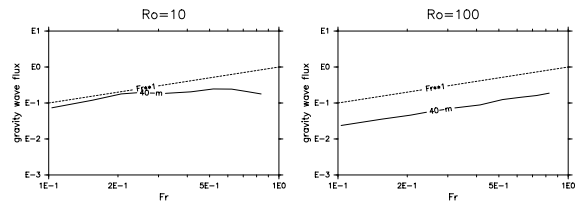


図 7 : (左) $Ro = 10$ と (右) $Ro = 100$ での重力波フラックスの Fr 依存性.

図 8 は $Fr = 0.1$ と $Fr = 0.7$ での重力波フラックスの Ro 依存性を示したものである. Ro の大きい領域 ($Ro \geq 30$) では, 重力波フラックスは両 Fr でほぼ一定であるのに対して, Ro の小さい領域 ($Ro \leq 10$) では重力波フラックスは急激に減少する. また $Fr = 0.1$ で, この中間の $Ro = 10$ 付近では, 重力波フラックスは極大値を持つ. Ro の減少は地球回転の効果が強まることに伴って, これが重力波放射を強めるセンスに働くという結果は直観に反しており, 興味深い.

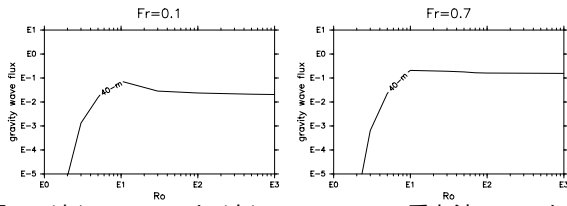


図 8: (左) $Fr = 0.1$ と (右) $Fr = 0.7$ での重力波フラックスの Ro 依存性.

上記の重力波フラックスのパラメータ依存性は、古典的な渦からの音波放射理論では説明されない特徴を含む。そこで重力波ソースを解析し、これらのパラメータ依存性について調べる。ソースから遠方の帯状重力波の計算では、(10)の右側のソースの中の強制や底面地形に起因する項の寄与は小さく、 $\overline{T_{22}}$ の項が支配的であった(図には示さない)。そこで、ジェット領域における $\overline{T_{22}}$ の積算量 $\int_{-B_j}^{B_j} \overline{T_{22}} dy$ について、以下の各項にわけて調べる。ここで、 $B_j (= 8)$ はジェット領域の幅である。

$$\overline{T_{22}} = \underbrace{\frac{\partial(hv^2)}{\partial t}}_{T_{22}^{(1)}} - \underbrace{fhw}_{T_{22}^{(2)}} + \underbrace{\frac{g}{2} \frac{\partial h^2}{\partial t}}_{T_{22}^{(3)}} \quad (18)$$

図 9 は $Fr = 0.1$ と $Fr = 0.7$ における重力波ソースの Ro 依存性を示したものである。 $T_{22}^{(3)}$ の項はいつでも小さいので図には示していない。(18)の $T_{22}^{(1)}$ (破線)は Ro 変化に対してほぼ一定な一方で、 $T_{22}^{(2)}$ (実線)は Ro^{-1} に比例する。(18)の $T_{22}^{(1)}$ が一定であるのは、 U_0 と H_0 が一定で、ジェットの非定常運動が Ro 変化に対して、ほぼ同じであるためである。一方、(18)の $T_{22}^{(2)}$ が Ro^{-1} に比例するのは、 $f \sim Ro^{-1}$ であるためである。これより、このソースの主要な項の変化が、 $Fr = 0.1$ の $Ro = 10$ での極大を説明する可能性が考えられる。しかしながら、(18)の $T_{22}^{(2)}$ は Ro の減少に伴って増加し続けるため、重力波フラックスは Ro の減少に伴い増加し続けると予想される。以下では、なぜ $Ro = 10$ で極大値をとり、それ以下の Ro では重力波フラックスが減少するのかについて調べていく。

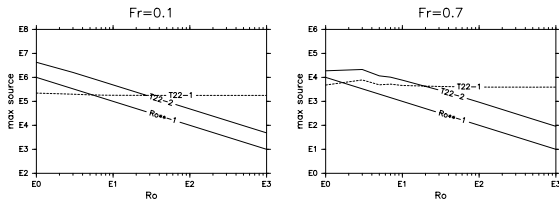


図 9: (左) $Fr = 0.1$ と (右) $Fr = 0.7$ での重力波ソースの Ro 依存性。ソースの積算について時間方向 ($5.0 \leq t \leq 15.0$) の最大値を取っている。破線と実線はそれぞれ (18) の $T_{22}^{(1)}$, $T_{22}^{(2)}$ を表す。

図 10 に $Fr = 0.1$ での (18) の各ソースをジェット領域で積算し、これを時間方向にスペクトル解析したものの Ro 依存性を示す。スペクトル解析は $5.0 \leq t \leq 15.0$ の区間で 50000 点のサンプリングを行った時系列データについて、両端の $1/10$ のデータにコサイン窓をかけて行った。また、図

中の”cut-off”で示される慣性振動数 $f/2\pi$ は、(17)より重力波が伝播できる閾値の振動数であり、これより高振動数成分の重力波のみしか伝播できない。(18)の $T_{22}^{(1)}$ (破線)は Ro 変化に関わらず、ほぼ一定の大きさのピークをほぼ同じ振動数 ($\nu_j^{(1)} \sim 5$) でとるのに対して、(18)の $T_{22}^{(2)}$ (実線)のピークは Ro の減少とともに大きくなる。この項のピークの振動数もほぼ一定 ($\nu_j^{(2)} \sim 2.5$) であるが、この振動数は $T_{22}^{(1)}$ のピークの振動数に比べて小さい ($\nu_j^{(2)} < \nu_j^{(1)}$)。 Ro の減少に伴って、重力波放射の閾値である慣性振動数 $f/2\pi$ は変化するため、 $2.5 \leq f/2\pi$ すなわち $Ro \leq 6.36$ では、 Ro の減少に伴って(18)の $T_{22}^{(2)}$ の項が大きくなっても、重力波は放射されない。また $Ro \leq 3.18$ になると、(18)の $T_{22}^{(1)}$ の項による重力波も放射されなくなる。すなわち、 Ro が小さな領域での重力波フラックスの急激な減少(図 8)は、慣性振動数の増加によるカットオフ効果に起因する。また、 $Ro = 10$ 付近での極大(図 8 左)は、図 9 でみたソースの主要項が変化する一方で、カットオフ効果が未だ重要にならない、中間の Ro 領域であることがわかる。一方、 $Fr = 0.7$ で Ro の極大が存在しない(図 8 右)のは、 $Ro = 10$ での Fr のべき則の破れ(図 7 左)と関わっていると考えられる。以下では、このべき則の破れについて調べる。

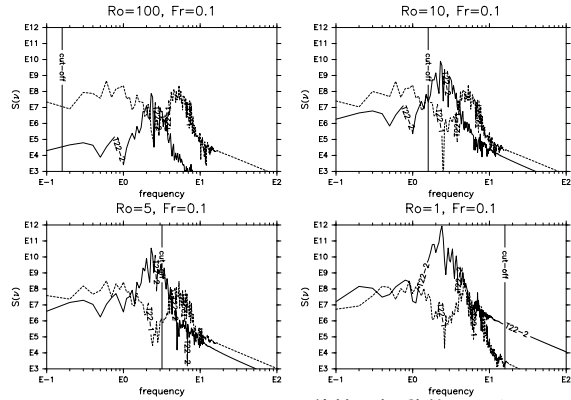


図 10: $Fr = 0.1$ でのソースの積算の振動数スペクトルの Ro 依存性。(左上) $Ro = 100$, (右上) $Ro = 10$, (左下) $Ro = 5$, (右下) $Ro = 1$ である。各線の意味は図 8 と同様で、”cut-off”で示される黒線は慣性振動数 $f/2\pi$ である。

$Ro = 10$ での Fr のべき則の破れは、ソースのパラメータ依存性からは説明できない(図には示さない)。そこで、 $Ro = 10$ (左)と $Ro = 100$ (右)について、図 10 と同様にソースの振動数スペクトルの Fr 依存性を $Fr = 0.1$ (実線)と $Fr = 0.7$ (破線)について調べた(図 11)。ここで、ソースの Fr 依存性を考慮し、その大きさは揃えている。どちらの Ro の場合でも Fr の増加に伴って、変形半径が減少するため、渦の相互作用が抑制され、ジェットの非定常運動の振動数が減少している。 $Ro = 100$ では慣性振動数のカットオフが低振動数にあるため、変形半径の減少による、ジェットの非定常運動の減少は重力波放射に影響を与えない。一方 $Ro = 10$ では、慣性振動数のカットオフが高振動数にあるために、これより低振動数成分からの重力波放射はなく、高振動数成分の変形半径の変化による影響が特に大きく現れる。これにより重力波フラックスのべき則が崩壊したと考えられる。

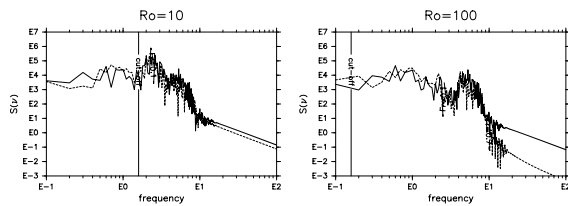


図 11 : (左) $Ro = 10$ と (右) $Ro = 100$ でのソースの積算の振動数スペクトルの Fr 依存性. 実線と破線はそれぞれ $Fr = 0.1$ と $Fr = 0.7$ を示す.

5. 議論

本研究では、 f 平面浅水系において、順圧不安定なジェットを維持する強制を加えて渦流の非定常運動を再現し、ここからの重力波放射を広範なパラメータ領域での非線形数値実験によって調べた。Ford (1994) は強制のない系を用いて、初期の渦流の不安定過程での重力波放射を調べ、小さな Fr では重力波フラックスは Fr のべき則に従うという結果を得ている。これに対して本研究では、強制散逸のある系を用いて継続的な重力波放射過程を調べた。その結果、地球回転の効果がほとんど無視できる Ro の大きい領域では、渦からの音波放射理論の類推で得られるべき則の予測と一致して、重力波フラックスは確かに Fr のべき則に従って増加することがわかった (図 7 右)。しかしながら、地球回転の効果が無視できないパラメータ領域では、重力波放射の特徴は渦からの音波放射理論とは様々な点で異なっていた。

まず、 Fr 変化では重力波フラックスは単純なべき則には従わない (図 7 左)。これは Fr が大きくなると変形半径が減少し、渦が相互作用しにくくなるため、ジェットの非定常運動の振動数が減少することに起因する (図 10 左)。伝播可能な重力波の振動数を越えるジェットの非定常運動の振動数が得られなくなると、大きな Fr では逆に重力波振幅は減少する。これは変形半径がより小さい、 Ro が小さい場合ほど顕著で、変形半径があまりに小さくなるとジェットの非定常運動自体も起こらなくなる (図 5)。また、大きな Fr でのジェットの非定常運動の振動数の減少は、より直接的に (17) で ω の減少につながり、これからも重力波フラックスの減少が引き起こされることが考えられる。

Ro 変化はより興味深い。ジェットの非定常運動が同じ振動数であっても、 Ro の減少に伴って f が増加することで伝播可能な重力波の振動数の閾値はしだいに大きくなっていく。このため、慣性振動数 $f/2\pi$ がジェットの非定常運動の振動数を越えるとき、重力波フラックスは急激に減少することになる (図 8)。一方で、 f の増加に伴い、重力波のソースの中で f に関わる項の大きさは増大する (図 9)。このため、ソースの増加は効くが、 $f/2\pi$ によるカットオフはまだ効かない中間の Ro 領域では重力波フラックスは極大を持つことになる (図 8 左, 図 10)。このような Ro 領域では、地球回転の効果が逆に重力波放射を促進する方向に働くことになる。重力波フラックスが極大を持つ $Ro \sim 10$ は地衡流バランスと旋衡風バランスのそれぞれのレジームのちょうど境界に位置する (Sugimoto *et al.*, 2006a)。このバランスの違いが、振動数の異なる他のソース項の卓越に帰結すると考えられる。本研究で用いた f 平面浅水系は、現実大気現象に適用するには極めて簡略化された系であるが、地球回転の効

果が重力波放射を促進することが現実大気でも起こっているとすれば、大変興味深い現象である。

本研究では、 Ro の小さい極限における重力波フラックスの急激な減少については詳しく調べていない。バランス力学の妥当性を検討するためには、これらの極限での重力波フラックスの減少の定量的な評価 (Vanneste and Yavneh, 2004) が必要である。小さな Ro にあっても、ジェットの非定常運動の高振動数成分のテールから慣性振動数のカットオフにからない重力波が放射されるであろう。次の重要な課題の 1 つは、ジェットの非定常運動の高振動数成分の大きさの評価から、 Ro の小さい極限での重力波フラックスのパラメータ依存性を調べることである。より高精度の数値実験が今後必要である。

6. おわりに

渦からの音波放射のマッハ数 M に関するべき則が、地球回転の効果がある f 平面浅水系でどのように変化するかを調べるために、ジェットの非定常運動に伴う重力波放射を Ro , Fr ではられる幅広いパラメータ領域での非線形数値実験によって調べた。本研究では、領域を y 方向に無限領域に設定した、不等間隔の格子点をもつ新たなモデルを用い、計算コストの大幅な削減と非常に高精度の計算の両方を実現した。また、渦流の非定常運動は、順圧不安定なジェットを維持する強制を加えることで再現した。

まず流れ場では、幅広いパラメータ領域で定性的に同じジェットの非定常運動が起こることがわかった (図 5)。このため、 Fr の増加に伴い重力波の位相速度が減少し、ジェットの非定常運動の 1 周期の間に重力波の伝播する距離が短くなることによって、重力波の南北波長は Fr^{-1} に比例して短くなった (図 6)。また、重力波フラックスの Ro - Fr パラメータ依存性では、地球回転の効果が無視できる Ro の大きい領域では、重力波フラックスは古典的な渦からの音波放射理論の類推によって予測される Fr のべき則に従った (図 7 右)。しかしながら、地球回転の効果が無視できない Ro 領域では、このべき則は成り立たない (図 7 左)。 Fr の増加に伴い変形半径が減少し、渦の相互作用が起こりにくくなるために、渦の非定常運動の振動数が減少するためである (図 11)。さらに小さな Ro になると、 Ro の減少に伴って f が大きくなり、慣性振動数 $f/2\pi$ がジェットの非定常運動の振動数を越えるため、重力波は非伝播性になり、そのフラックスは急激に減少した (図 8)。しかしながら、これらの中間の Ro では、 Ro の大きい領域よりも重力波フラックスが大きい極大をもつパラメータ領域が存在した (図 8 左)。ソースを詳しく解析することによって、この重力波フラックスの極大のパラメータ領域は、 f の増加に伴って新たなソース項が主要な項になる一方で、重力波が伝播可能である中間の Ro 領域にあることがわかった (図 9, 図 10)。このことは地球回転の効果がむしろ重力波放射を促進するセンスに効くこともあるということを意味する。

謝辞

本研究は 21 世紀 COE プロジェクト「活地球圏の変動解明」(京都大学) および「計算科学フロンティア」(名古屋大学)

の援助を得て行いました。数値実験は京都大学大型計算機センター、名古屋大学情報連携基盤センターの HPC2500 および京都大学生存圏研究所共同利用プロジェクトとして電波科学計算機実験装置 (KDK) を用いて行いました。作図には地球流体電脳ライブラリを用いました。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- Ford, R. 1994. Gravity wave radiation from vortex trains in rotating shallow water. *J. Fluid Mech.*, **281**, 81–118.
- Ford, R., McIntyre, W. E. and Norton, W. A. 2000. Balance and the slow quasimanifold: some explicit results. *J. Atmos. Sci.*, **57**, 1236–1254.
- Hartmann, D. L. 1983. Barotropic instability of the polar night jet stream. *J. Atmos. Sci.*, **40**, 817–835.
- Holton, J. R., Haynes, P. H., McIntyre, M. E., Douglass, A. R., Road, R. B., and Pfister, L. 1995. Stratosphere-troposphere exchange. *Rev. Geophys.*, **33**, 403–439.
- Ishioka, K. 2002. ispack-0.61, <http://www.gfd-dennou.org/arch/ispack/>, GFD Dennou Club.
- Ishioka, K. 2006. Spectral methods for unbounded domains. (in preparation).
- Kitamura, Y. and Hirota, I. 1989. Small-scale disturbances in the lower stratosphere revealed by daily rawin sonde observations. *J. Meteor. Soc. Japan*, **67**, 817–831.
- Lighthill, M. J. 1952. On the Sound generated aerodynamically, I. *Proc. Roy. Soc. London*, **211A**, 564–587.
- O’Sullivan, D. and Dunkerton, T. J. 1995. Generation of inertia-gravity waves in a simulated life cycle of baroclinic instability. *J. Atmos. Sci.*, **52**, 3695–3716.
- Pfister, L. W., Chan, K. R., Bui, T. P., Bowen, S., Legg, M., Gary, B., Kelly, K., Proffitt, M., and Starr, W. 1993. Gravity waves generated by a tropical cyclone during the step tropical field program: a case study. *J. Geophys. Res.*, **98**, 8611–8638.
- Plougonven, R. and Snyder, C. 2005. Gravity waves excited by jets: propagation versus generation. *Geophys. Res. Lett.*, **32**, L18802
- Rossby, C. G. 1938. On the mutual adjustment of pressure and velocity distributions in certain simple current systems. II. *J. Mar. Res.*, **1**, 239–263.
- Sugimoto, N., Ishioka, K. and Yoden, S. 2005. Froude Number Dependence of Gravity Wave Radiation From Unsteady Rotational Flow in f-plane Shallow Water System. *Theoretical and Applied Mechanics Japan*, **54**, 299–305.
- Sugimoto, N., Ishioka, K. and Yoden, S. 2006a. Gravity wave radiation from unsteady rotational flow in an f-plane shallow water system. *Fluid. Dyn. Res.*, (to appear).
- Sugimoto, N., Ishioka, K. and Yoden, S. 2006b. Balance regimes for the stability of a jet in an f-plane shallow water system. *Fluid. Dyn. Res.*, (to appear).
- Sugimoto, N. and Ishioka, K. 2006c. Parameter sweep experiments on gravity wave radiation from unsteady rotational flow in an f-plane shallow water system. *Phys. Fluids*, (in preparation)
- Vanneste, J. and Yavneh, I. 2004. Exponentially small inertia-gravity waves and the breakdown of quasi-geostrophic balance. *J. Atmos. Sci.*, **61**, 211–223.
- Williams, P. D., Haine, T. W. N. and Read, P. L., 2005. On the generation mechanisms of short-scale unbalanced modes in rotating two-layer flows with vertical shear. *J. Fluid Mech.*, **528**, 1–22.
- Yoshiki, M. and Sato, K. 2000. A statistical study of gravity waves in the polar regions based on operational radiosonde data. *J. Geophys. Res.*, **105**, 17995–18011.