一基の海洋レーダによる波浪方向スペクトル推定手法の開発

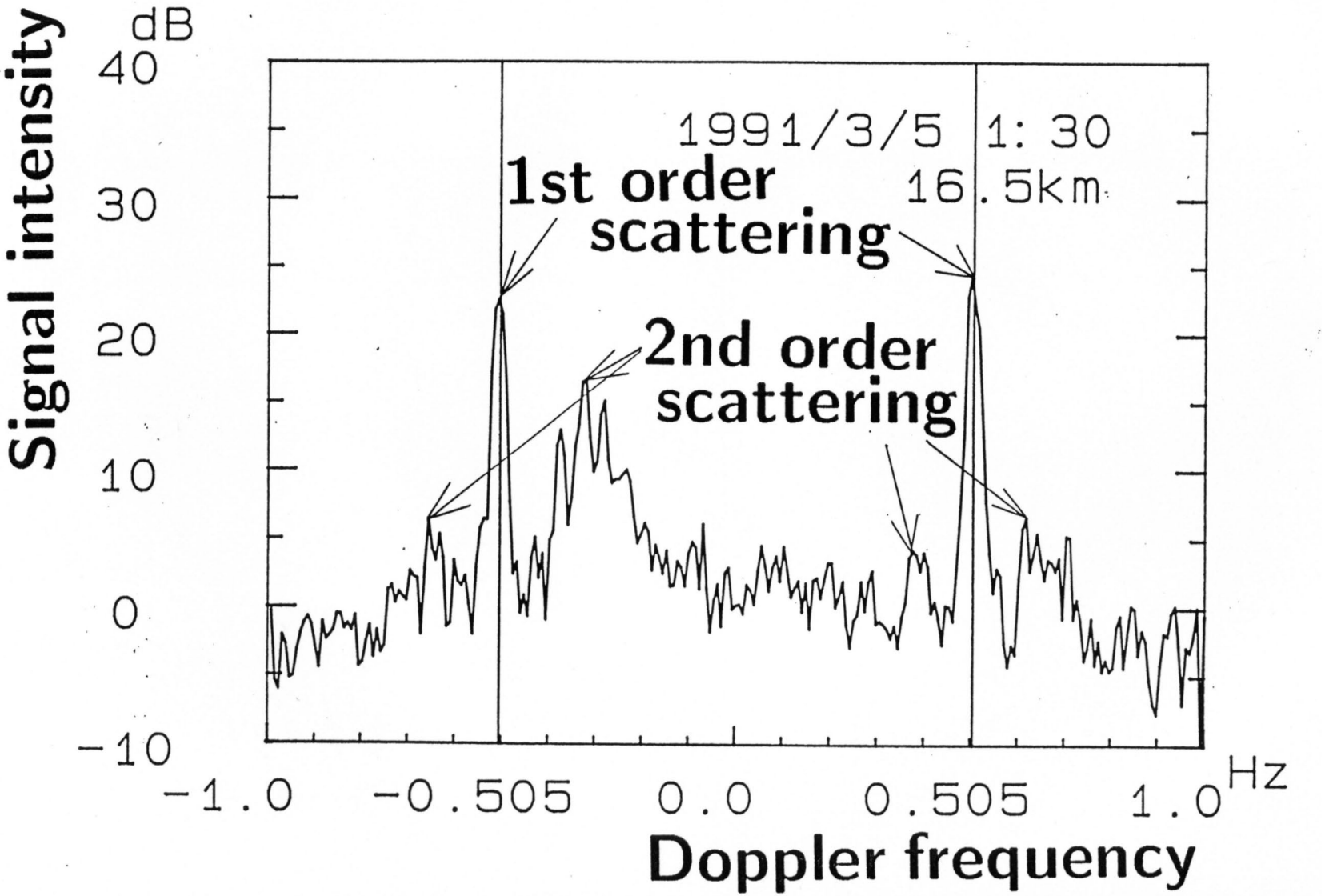
久木幸治

琉球大学・理学部

報告内容

- 問題・意義
- 原理・手法
- 計算例
- まとめと課題

ドップラスペクトルの例



波浪スペクトル推定

- 二次散乱を使用

→ 高いSN比が必要

→ 推定領域が限定

レーダシステムに関する問題

- CODAR型： 全推定領域で波の一様性を仮定
- フェイズドアレイ型： 高空間分解能
  アンテナ占有面積が大きい→
  二基のレーダ配置困難

研究の目標

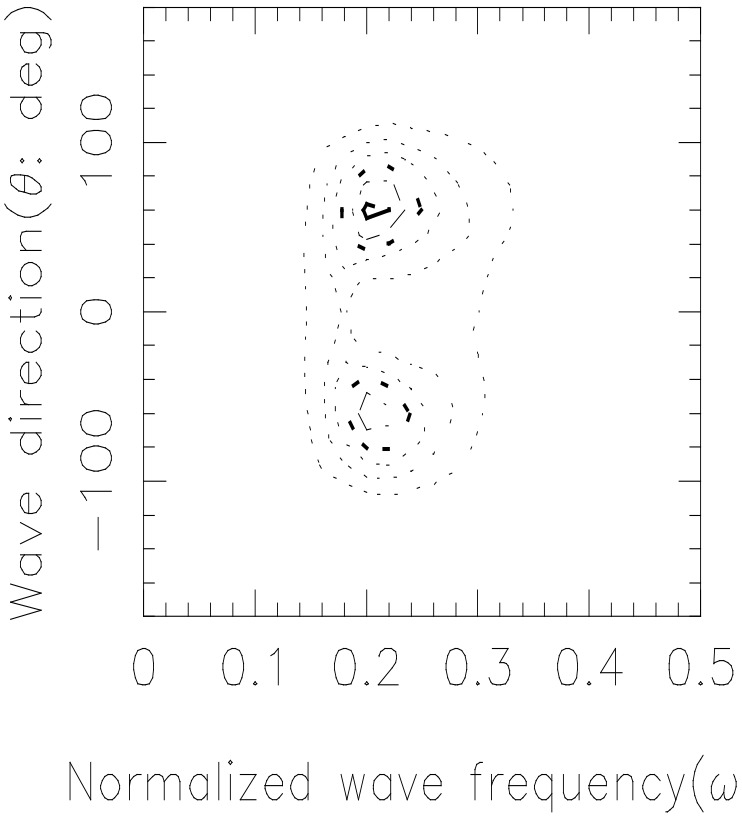
- 一基のレーダシステムによる波浪方向スペクトル推定手法の開発
- 二次散乱データが使用できないところでのデータ補間

単一のビームによる波浪推定の問題点

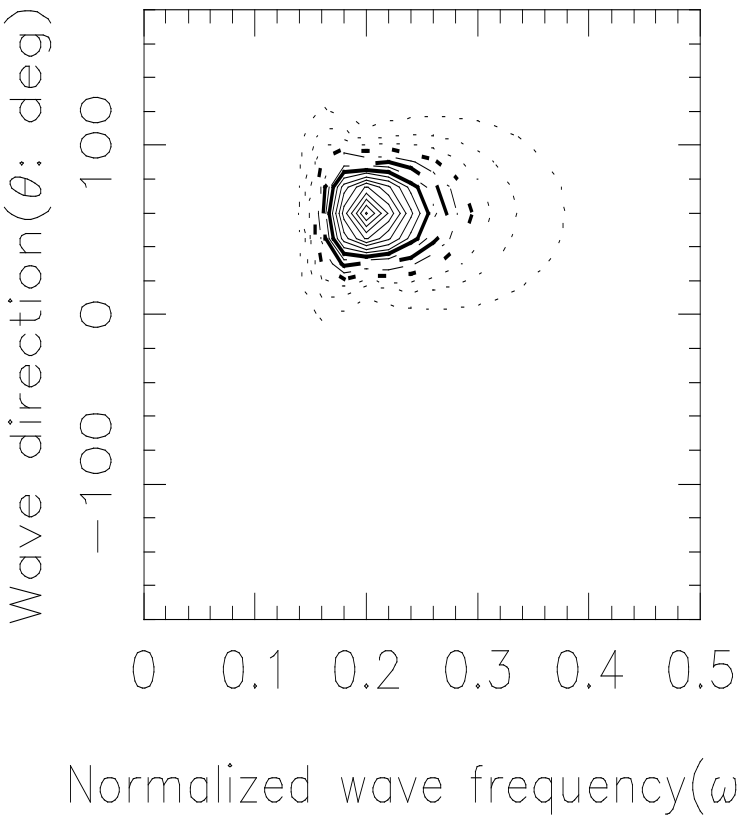
- ビームに対して左右対称の波を区別できない
- ビームに対して波向きが直交する場合,波高を過小推定

単一ビームによる方向スペクトル推定

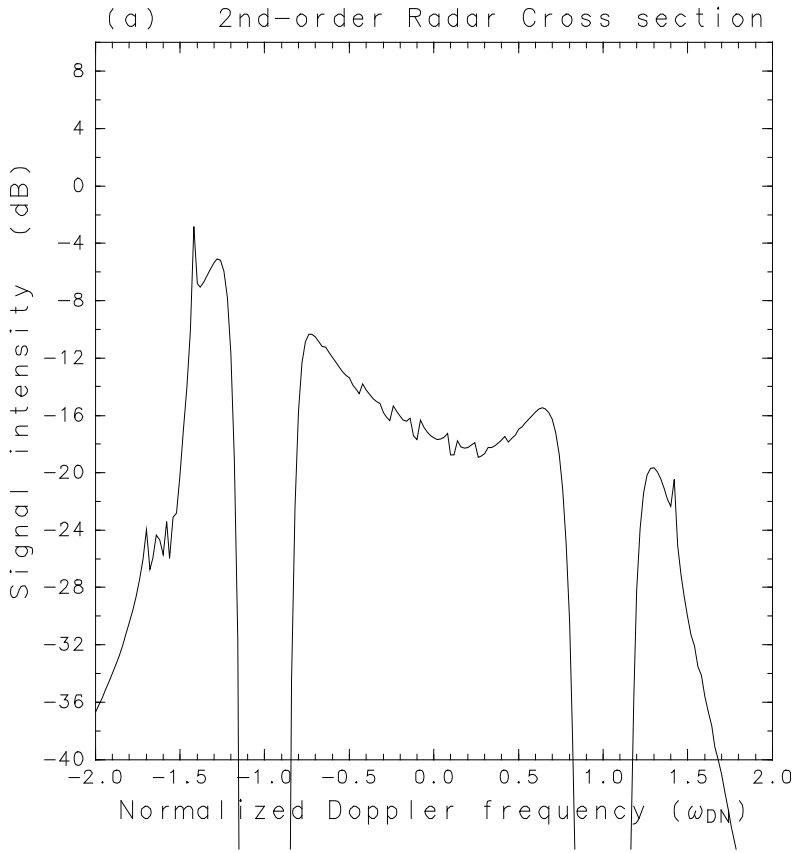
(a) Retrieved wave directional spectra



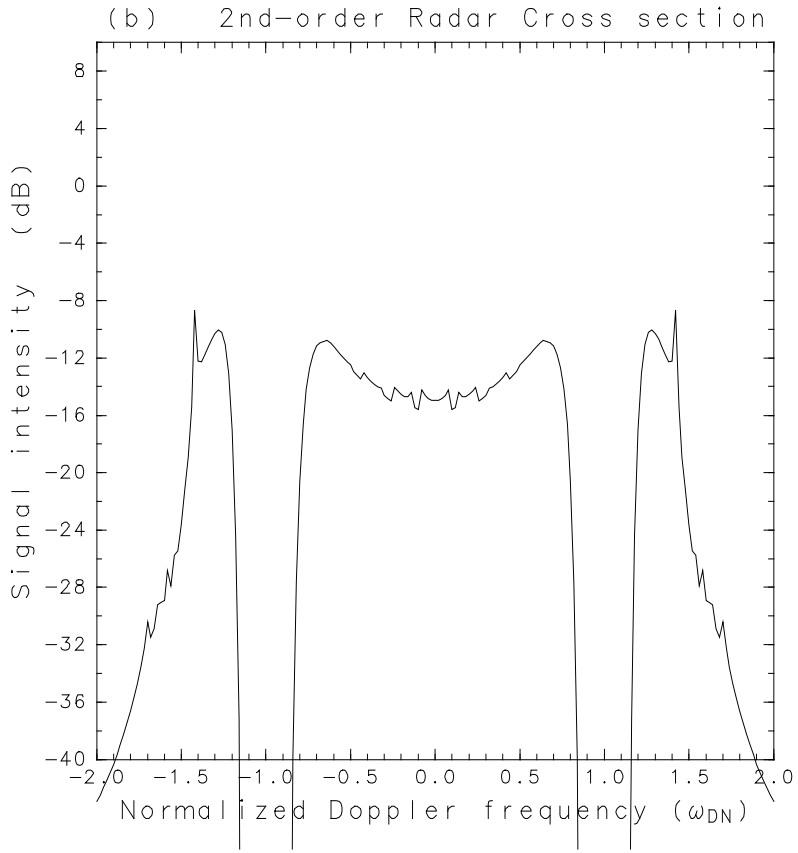
(b) True wave directional spectra



正規化した2次散乱断面積

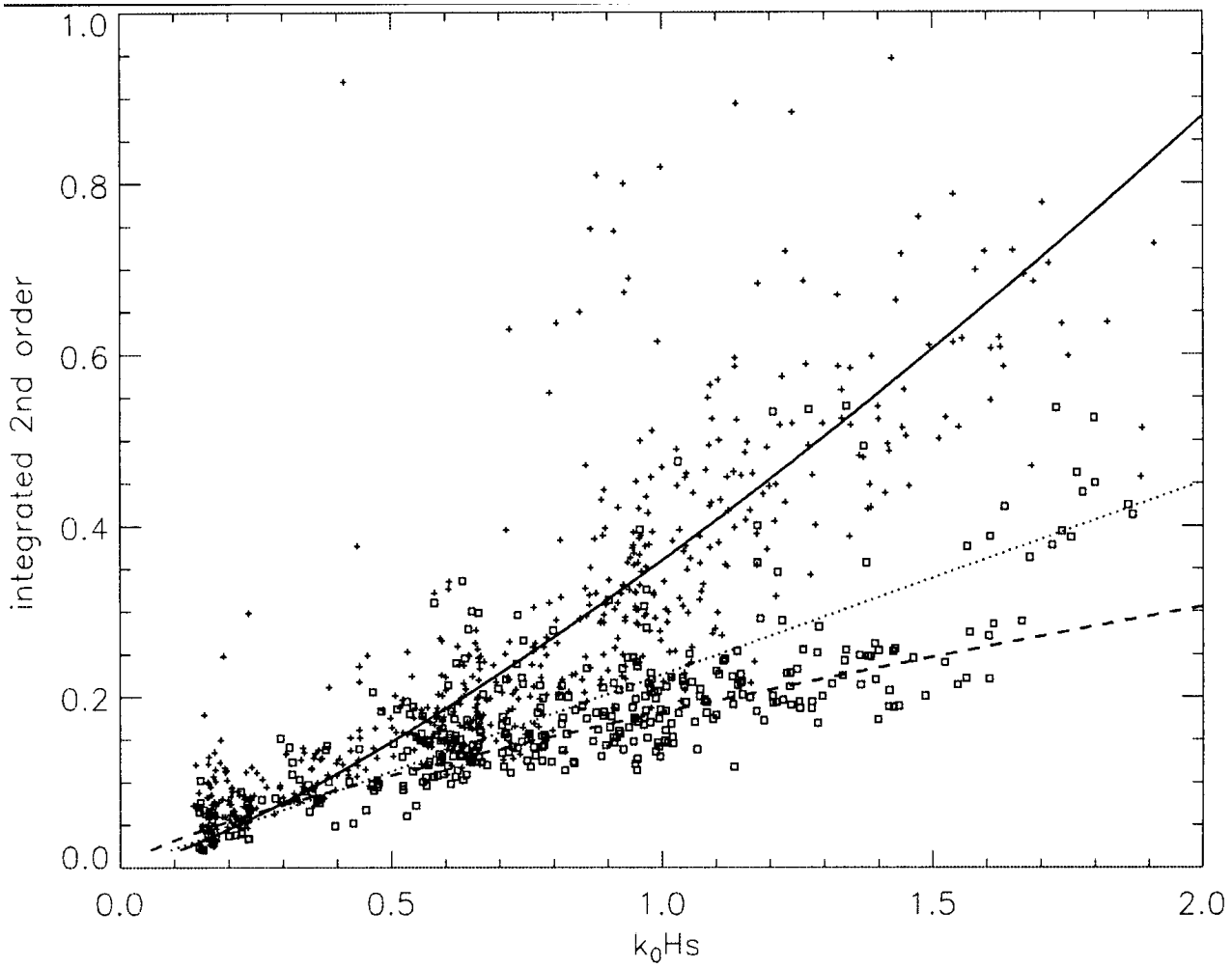


60度



90度

2次散乱と波高の関係 (Wyatt 2001)



Integrated second order used in Hs estimation plotted against non-dimensionalised buoy significant wave height for the Petten experiment. Data are coded according to the difference in angle between the radar beam and the buoy measured mean wave direction: □, >60°; +, ≤60°. The solid line is the non-perpendicular algorithm, the dotted line is the NURWEC1 perpendicular algorithm, and the dashed line is the NURWEC2 perpendicular algorithm.

原理:　拘束条件

1. １次散乱と波浪スペクトルの関係式
2. ２次散乱と波浪スペクトルの関係式
3. 波浪スペクトルエネルギー平衡方程式：スペクトル，海上風速・風向
4. 連続の式：　海上風速・風向
5. スペクトル値が周波数・波向に対して滑らかに変化
6. エネルギー平衡方程式における移流項が小さい

1次散乱と波浪スペクトルの関係式

$$[\int_0^{\infty} \sigma_{1N}((2m-3)\omega_{DN})d\omega_{DN}]$$
$$[\int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{1N}(\omega_{DN})d\omega_{DN}]^{-1}$$
$$= \int_0^{\infty} P_{c1}((2m-3)\omega_{DN})d\omega_{DN},$$
$$(m = 1 \quad \text{or} \quad 2)$$
$$P_{ci}(\omega_{DN}) = P_i(\omega_{DN})[\int_{-\infty}^{+\infty} P_1(\omega_{DN})d\omega_{DN}]^{-1}$$
$$(i = 1, 2)$$

ドップラスペクトルを1次散乱で規格化

$$\int_0^{\infty} \sigma_{1N}((2m-3)\omega_{DN})d\omega_{DN} = 2\pi G_N(1, \psi_B + (m-1)\pi), \quad (m = 1, 2)$$

$P_1(\omega_{DN})$:1st-order Doppler spectra,

ω_{DN}: Doppler frequency,

$G_N(\omega_N, \theta)$: Frequency-directional spectrum,

ψ_B:beam direction.

2次散乱と波浪スペクトルの関係式

$$\sigma_{2N}(\omega_{DN})[\int_{-\infty}^{\infty}\sigma_{1N}(\omega_{DN})d\omega_{DN}]^{-1} = P_{c2}(\omega_{DN}),$$

$$\sigma_{2N}(\omega_{DN}) = \int_{-\theta_L+\psi_B}^{\theta_L+\psi_B} K_N(\omega_{DN},\theta_b)G_N(\omega_{1N},\theta_{s1})G_N(\omega_{2N},\theta_{s2})d\theta,$$

$\theta_b = \theta - \psi_B$. K_N: Kernel function,

$(\omega_{iN},\theta_{si},\theta_L)$ $(i=1,2) \longleftarrow (\omega_{DN},\theta)$

任意の周波数・波向の波浪スペクトル値：

高々4つの「周波数－波向」格子に配置された波浪方向スペクトル値によって表現

積分方程式：

「周波数－波向」格子に配置された波浪方向スペクトルによって表現

波浪スペクトルエネルギー平衡方程式:

- 時間微分ゼロ

$$\mathbf{C}_g \cdot \nabla G_N(\omega_N, \theta) - S_t = 0,$$
$$S_t = S_{in} + S_{nl} + S_{ds}$$

$\mathbf{C}_g$: group velocity vector,

S_t: Source function, S_{in}: Wind inputs,

S_{nl}: Nonlinear interaction, S_{ds}: Dissipation.

∇: 水平勾配（極座標上で表現）

ソース関数のパラメータ化

- WAM－Cycle 3と同じ。

$$
\begin{aligned}
S_{in} &= \beta G_N(\omega_N, \theta), \\
\Theta &= 0.25\frac{\rho_a}{\rho_w}(28\frac{u_*}{c_N}\cos(\theta - \theta_w) - 1)\omega_N \\
\beta &= \max[0, \Theta], \qquad u_* = C_D^{1/2} U, \\
S_{ds} &= -\frac{\alpha_d}{\hat{\alpha}_{PM}^2}\omega_N^2 \Omega^{-7} E^9 G_N(\omega_N, \theta), \\
E &= \int_{-\pi}^{\pi}\int_0^{\infty} G_N(\omega_N, \theta) d\omega_N d\theta, \\
\Omega &= \int_{-\pi}^{\pi}\int_0^{\infty} G_N(\omega_N, \theta)\omega_N^{-1} d\omega_N d\theta,
\end{aligned}
$$

$\hat{\alpha}_{PM} = 3.016 \times 10^{-3}$, $\alpha_d = 2.33 \times 10^{-5}$.

U: Wind speed at 10 m, θ_w: wind direction.

ソース関数のパラメータ化（2）

4波共鳴：DIA

$$\begin{pmatrix} \delta S_{nl} \\ \delta S_{nl}^{+} \\ \delta S_{nl}^{-} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\Delta\omega_N\Delta_\theta/\Delta\omega_N\Delta_\theta \\ (1+\lambda_{nl})\Delta\omega_N\Delta_\theta/\Delta\omega_{+N}\Delta_\theta \\ (1-\lambda_{nl})\Delta\omega_N\Delta_\theta/\Delta\omega_{-N}\Delta_\theta \end{pmatrix} D_N(\omega_N,\omega_{3N},\omega_{4N},\theta,\theta_3,\theta_4),$$

$$\begin{aligned} D_N(\omega_N,\omega_{3N},\omega_{4N},\theta,\theta_3,\theta_4) &= (2\pi)^{-9}C_0\omega_N^{11}[(G_N(\omega_N,\theta))^2\{\frac{G_N(\omega_{3N},\theta_3)}{(1+\lambda_{nl})^4}+\frac{G_N(\omega_{4N},\theta_4)}{(1-\lambda_{nl})^4}\} \\ &\quad -2\frac{G_N(\omega_N,\theta)G_N(\omega_{3N},\theta_3)G_N(\omega_{4N},\theta_4)}{(1-\lambda_{nl}^2)^4}], \\ \omega_{1N} &= \omega_{2N}=\omega_N, \quad \omega_{3N}=(1+\lambda_{nl})\omega_N=\omega_{N+}, \quad \omega_{4N}=(1-\lambda_{nl})\omega_N=\omega_{N-}. \\ \theta_1 &= \theta_2=\theta, \quad \theta_3-\theta=\pm\theta_+=\pm 11.5^\circ, \quad \theta_4-\theta=\mp\theta_-=\mp 33.6^\circ \end{aligned}$$

$\lambda_{nl}=0.25$, $C_0=3\times10^7$,

δS_{nlN}, δS_{nlN}^{+}, δS_{nlN}^{-}: $\mathrm{k}_{1N}=\mathrm{k}_{2N}$, k_{3N} k_{4N} **における単位時間あたりのエネルギー変化**

移流項

$$\mathbf{C}_g \cdot \nabla G_N(\omega_N, \theta) = C_{gr}\frac{\partial G_N(\omega_N, \theta)}{\partial r} + \frac{C_{g\psi}}{r}\frac{\partial G_N(\omega_N, \theta)}{\partial \psi},$$

$$(C_{gr}, C_{g\psi}) = C_g(\cos(\theta - \psi), \sin(\theta - \psi)).$$

C_{gr}, $C_{g\psi}$: Radial and azimuthal component of a group velocity vector.

(r_N, ψ): **レーダを中心とした極座標格子**

エネルギー平衡方程式: 「**レーダを中心とした極座標格子点**」
「**周波数－波向格子点**」 上の
波浪スペクトル値によって表現

格子点上の波浪スペクトル値,風速・風向による勾配関数

2次元連続の式

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0$$

$$\cos(\theta_w - \psi)(\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{U}{r}\frac{\partial \theta_w}{\partial \psi}) - \sin(\theta_w - \psi)(U\frac{\partial \theta_w}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial \psi}) = 0$$

スペクトル値が周波数・波向に対して滑らかに変化

$$\log(G_N(k+1,l)) + \log(G_N(k-1,l)) + \log(G_N(k,l-1))$$
$$+ \log(G_N(k,l+1)) - 4\log(G_N(k,l)) = 0 \qquad \text{for} \quad 1 < k < M_f$$
$$\log(G_N(k,l-1)) + \log(G_N(k,l+1))$$
$$-2\log(G_N(k,l)) = 0 \qquad \text{for} \quad k = 1, M_f.$$

$k = 1, ..., M_f,\ l = 1, ..., M_d.$

(k,l): **周波数・波向番号**

M_f, M_d: **周波数・波向分割個数**

エネルギー平衡方程式における移流項が小さい

$$\mathbf{C}_g \cdot \nabla G_N(\omega_N, \theta) = C_{gr}\frac{\partial G_N(\omega_N,\theta)}{\partial r} + \frac{C_{g\psi}}{r}\frac{\partial G_N(\omega_N,\theta)}{\partial \psi} = 0,$$

$$(C_{gr}, C_{g\psi}) = C_g(\cos(\theta-\psi), \sin(\theta-\psi)).$$

C_{gr}, $C_{g\psi}$: Radial and azimuthal component of a group velocity vector.

(r_N, ψ): **極座標格子点**

極座標格子点に対してスペクトル値が滑らかに変化
計算量の増加が少ない

未知数の個数(N_u)

N_r: レンジ数　　N_b: ビーム数

M_f: 周波数分割数　M_d: 波向分割数

未知数の個数＝

波浪スペクトルの個数＋風速･風向の個数

$$N_u = M_f M_d N_r N_b + 2 N_r N_b$$

方程式の個数

1. １次散乱と波浪スペクトルの関係式：　$N_r N_b$
2. ２次散乱と波浪スペクトルの関係式：　$\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_b} K_D(i,j)$
3. 波浪スペクトルエネルギー平衡方程式：　$M_f M_d N_r N_b$
4. 連続の式：　$N_r N_b$
5. スペクトル値が周波数・波向に対して滑らかに変化：　$M_f M_d N_r N_b$
6. エネルギー平衡方程式における移流項が小さい　$M_f M_d N_r N_b$

最適化問題

$$U(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\sum_{K=1}^{N_t}[\lambda_{wM}F_K(\mathbf{x})]^2$$
$$\Longrightarrow \text{minimize}$$

F_K: 拘束条件式

$\mathbf{x}$: 未知数(スペクトル＋風向･風速)　N_t: 方程式個数

λ_{wM} $(M = 1, ..., 6)$: 重み(拘束条件の種類に依存)

最適化アルゴリズム

$$
\begin{aligned}
\mathbf{F} &= (\lambda_{w1}F_1, ..., \lambda_{w6}F_{N_t}) \\
\mathbf{d}_m &= -\mathsf{H}^{(m)}\nabla U = -\mathsf{H}^{(m)}\mathsf{J}_F^T\mathbf{F}, \\
\mathbf{x}^{(m+1)} &= \mathbf{x}^{(m)} + \alpha_m \mathbf{d}_m, \\
\mathsf{J}_\mathsf{F}(K,L) &= \lambda_{wM}\frac{\partial F_K}{\partial x_L^{(m)}} \\
&\quad (K = 1, \ldots, N_t) \\
&\quad (L = 1, \ldots, N_u).
\end{aligned}
$$

m: step number, $\alpha_m > 0$:as $U(\mathbf{x}^{(m+1)}) < U(\mathbf{x}^{(m)})$.
$\mathbf{x}^{(m)} = (x_1^{(m)}, \cdots, x_{N_u}^{(m)})$:$\mathbf{x}$ for the mth step.
J_F: Jacobian matrix,
$\mathsf{H}^{(m)}$: $N_u \times N_u$ positive definite matrix.

$\mathsf{H}^{(m)} = (\mathsf{J}_\mathsf{F}{}^T\mathsf{J}_\mathsf{F} + \gamma\mathsf{I})^{-1}$,(Levenberg – Marquardt Method)
$\mathsf{H}^{(m)} = [\mathrm{diag}(\mathsf{J}_\mathsf{F}{}^T\mathsf{J}_\mathsf{F})]^{-1}$ **可能** **困難**
$\mathsf{H}^{(m)} = [\mathrm{diag}(\mathsf{J}_\mathsf{F}{}^T\mathsf{J}_\mathsf{F}) + \mathsf{I}]^{-1}$,
$\mathsf{H}^{(m)} = \mathsf{I}$,(steepest descendent method).

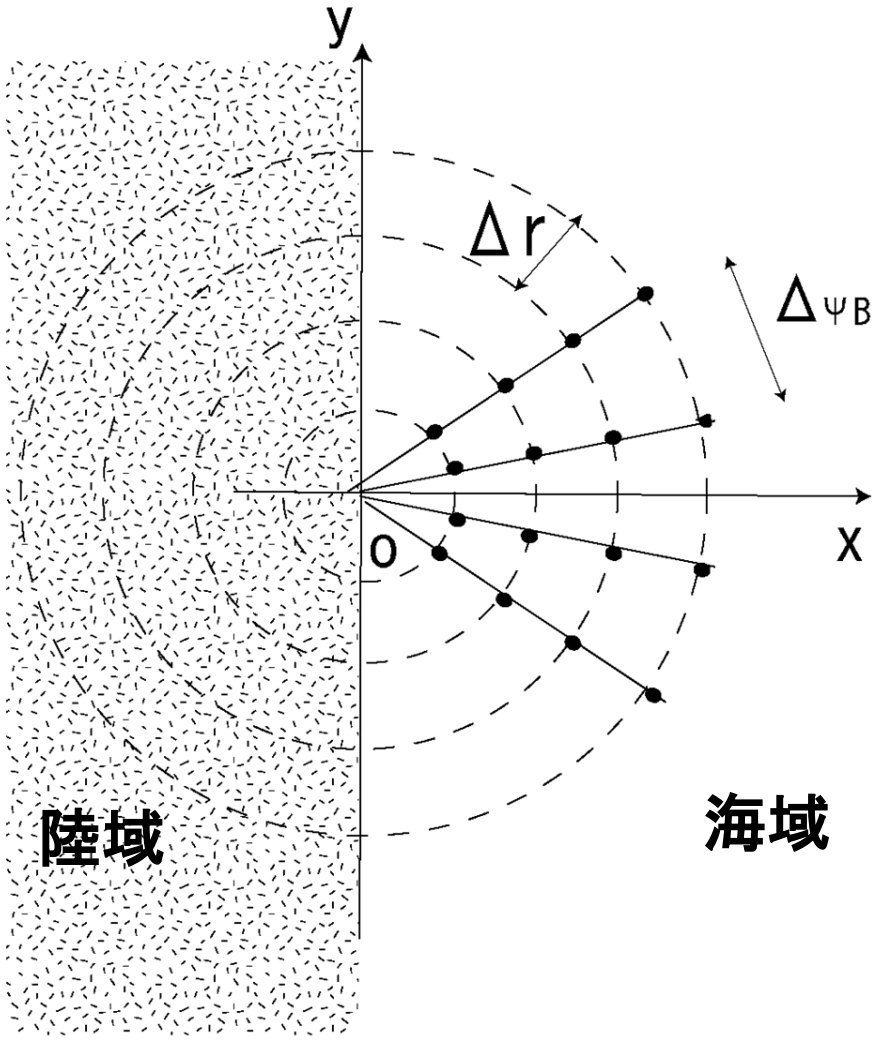
I : Unit matrix.

初期値の設定

初期スペクトル,風速・風向は極座標格子点に依存しない

1. １次散乱（拘束条件１）→風向
2. スペクトルをパラメータ表示して,一次及び二次レーダ散乱断面積の式（拘束条件1,2）から,パラメータを求める。
3. 一次及び二次レーダ散乱断面積の式（拘束条件1,2）及び「スペクトル値が周波数・波向に対して滑らかに変化」（拘束条件5）から,最適化アルゴリズムによって初期スペクトル推定　（L－M法も可能）
4. 初期スペクトルの周波数スペクトルから経験的に風速推定

数値シミュレーション（双子実験）



$$\frac{\partial G_N}{\partial t} + C_{gx}\frac{\partial G_N}{\partial x} - S_t = 0,$$

ドップラスペクトル計算

$$
\begin{aligned}
P_I(m) &= \int_0^\infty P_1((2m-3)\omega_{DN})d\omega_{DN} \\
&= [\int_0^\infty \sigma_{1N}((2m-3)\omega_{DN})d\omega_{DN}]\chi^2(\nu_1)\nu_1^{-1} \\
&= 2\pi G_N(1,\psi_B+(m-1)\pi)\chi^2(\nu_1)\nu_1^{-1} \qquad (m=1,2) \\
P_2(\omega_{DN}) &= \sigma_{2N}(\omega_{DN})\chi^2(\nu_2)\nu_2^{-1}
\end{aligned}
$$

$\chi^2(\nu_i)\ (i=1,2)$: **カイ2乗分布の乱数**

$P_I(m),(m=1,2)$: **一次散乱の積分値**

$(\nu_1,\nu_2)=(432,66)$

波浪･レーダパラメータ

- 波浪周波数分割数 $M_f = 21$
- 周波数比　1.15，周波数範囲0.0497ー0.813Hz
- 波向分割数　$M_d = 18$
- 電波波長 $2\pi/k_0 = 12.2\mathrm{m}$
- 極座標格子　(r, ψ_B)

  $r = r_{min} + \Delta r(i-1), \quad (i = 1, ..., N_r)$

  $\psi_B = \psi_{Bmin} + \Delta\psi(j-1), \ (j = 1, .., N_B)$

  $r_{min}/(2k_0) = 9\mathrm{km}$　　$\Delta r/(2k_0) = 4.5\mathrm{km}$

  $\psi_{Bmin} = -33.75°$　$\Delta\psi = 22.5°$　$N_r = N_B = 4$

- **重み**　$\lambda_{w1} = 1, \lambda_{w2} = (\frac{\nu_1}{\nu_2})^{1/2}$　　$\lambda_{w3} = \lambda_{w6} = 10^3$

  $\lambda_{w5} = 0.1, \lambda_{w4} = 10^4$

計算例

- Case 1 : 風速10m/s，風向101.25度
- Case 2: 風速10m/s，風向0度
- Case 3: Case 2と同じ。ただし二次散乱データはレンジ1,2のみで使用。レンジ3,4では一次散乱のみを使用

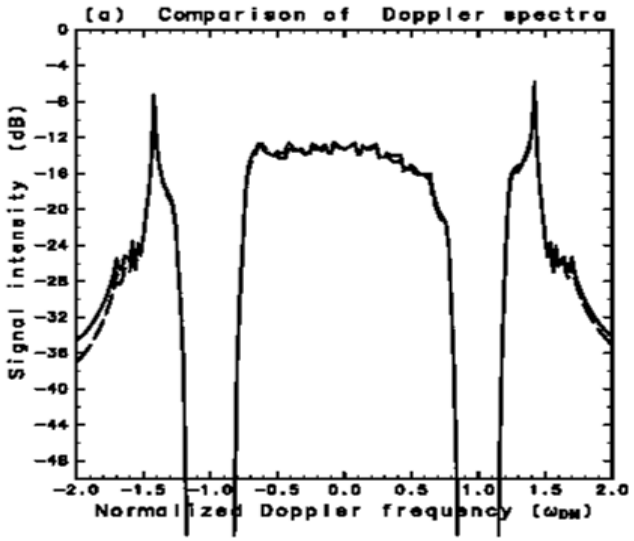
$$K_D(i,j) = 0, \quad \text{for } i = 3,4$$

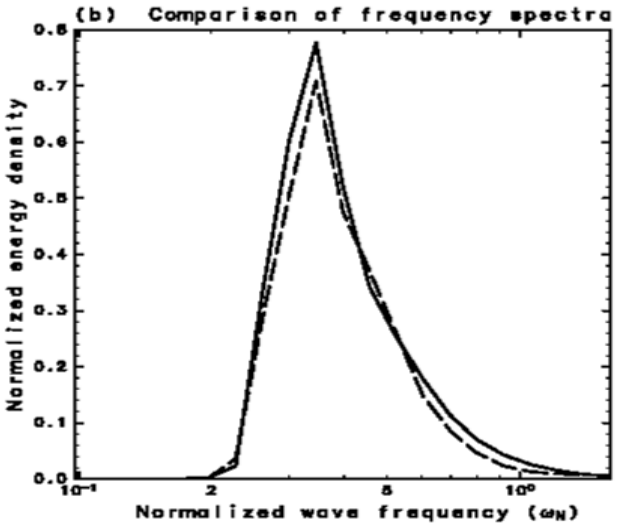
- Case 4 : 風速12.5m/s，風向75度

ドップラ周波数範囲

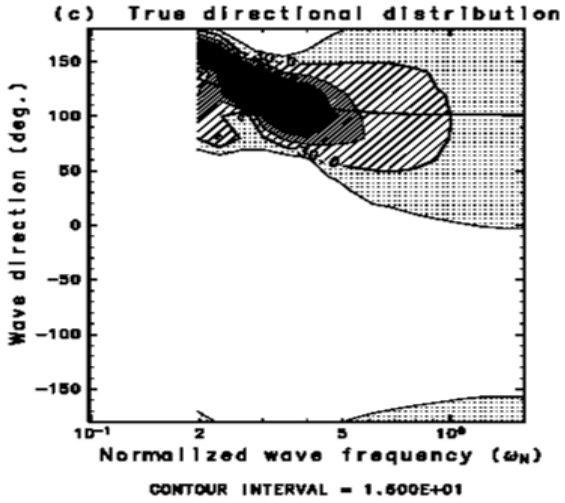
$$0.28 \le |\omega_{DN}| \le 0.92, \;\; 1.08 \le |\omega_{DN}| \le 1.56$$
$$0.12 \le |\omega_{DN}| \le 0.76, \;\; 1.24 \le |\omega_{DN}| \le 1.72 \quad \textbf{(Case2,3)}$$

計算例（Case 1）　(i,j)=(4,3)

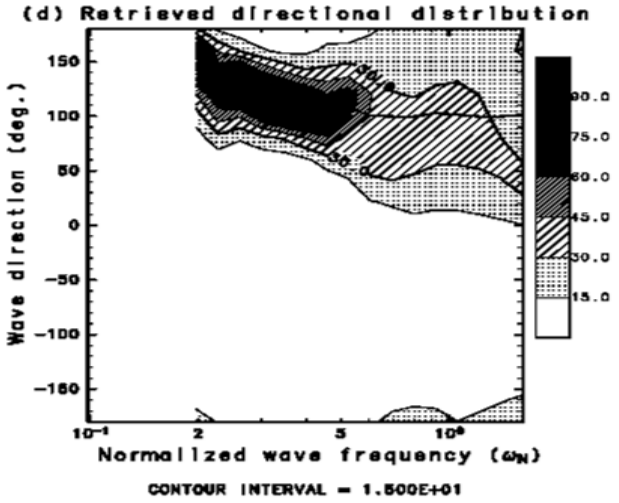




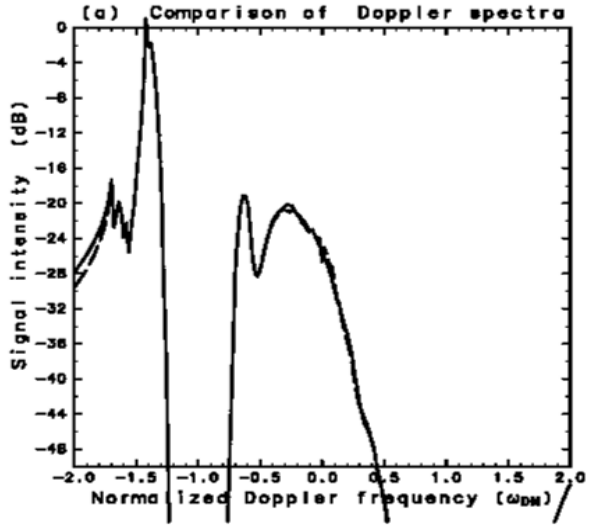
実線：真の値,破線：推定値

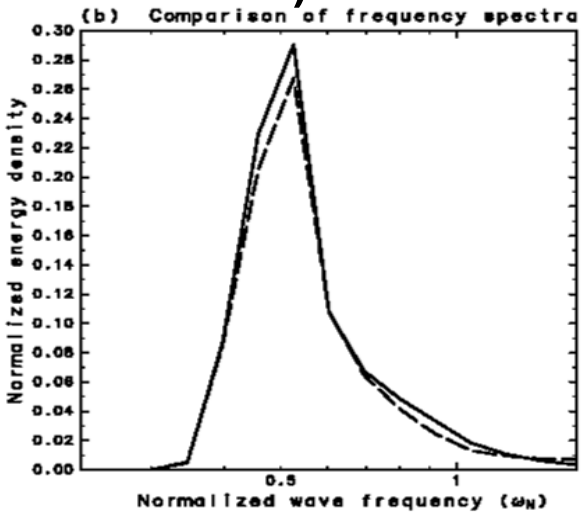


規格化した
方向分布

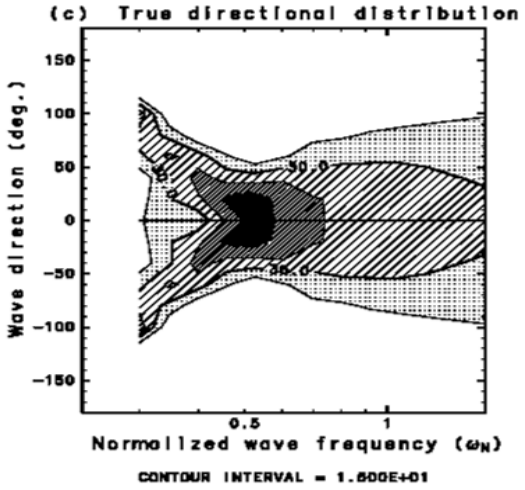


計算例（Case 2）　(i,j)=(4,3)

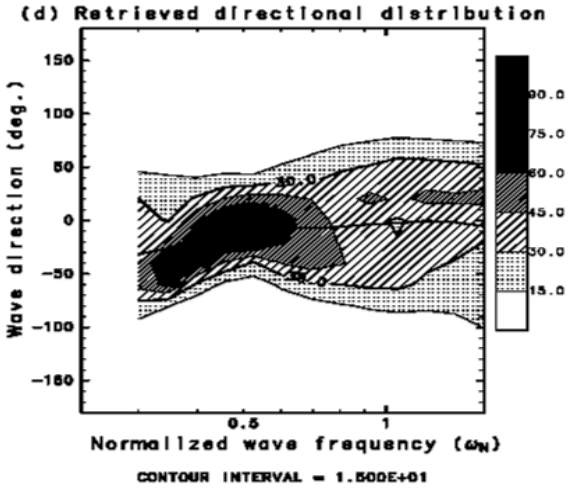




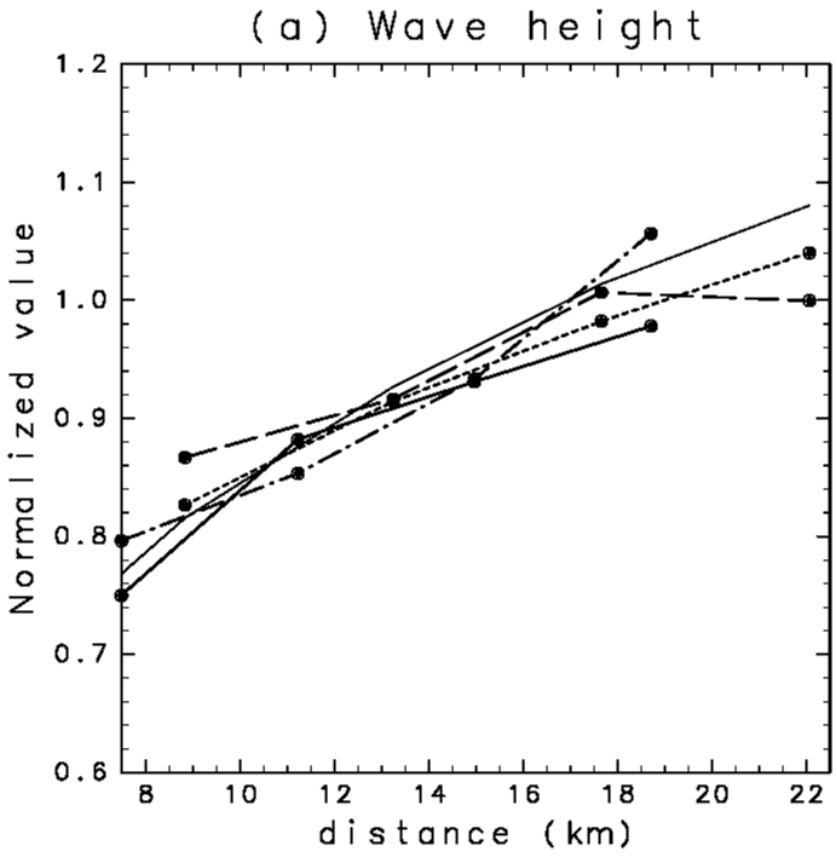
実線：真の値,破線：推定値

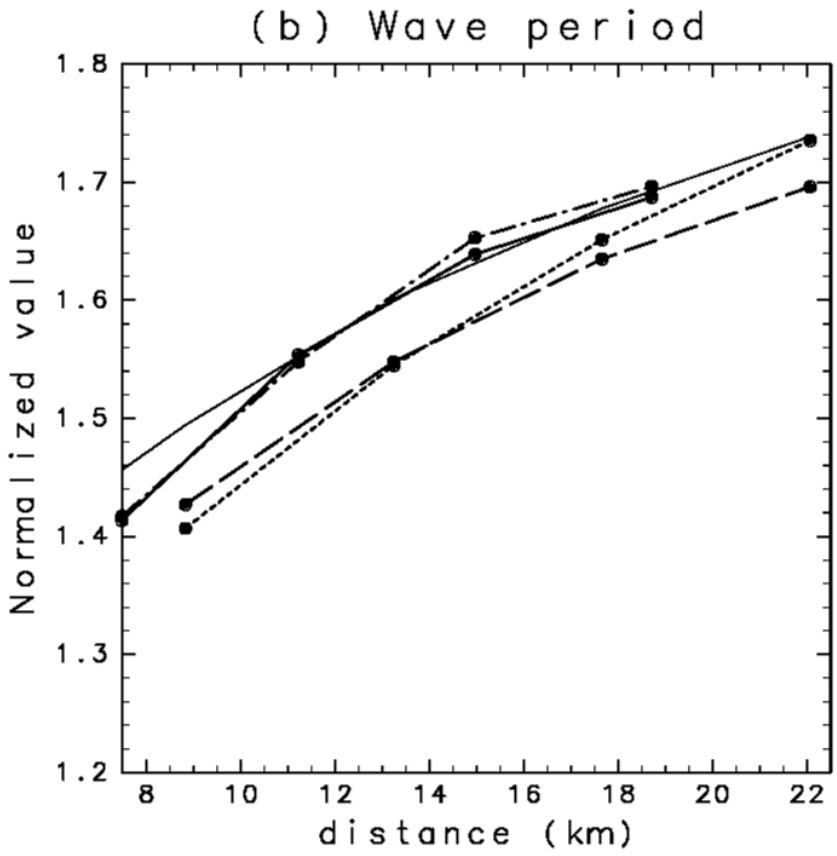


規格化した
方向分布



波高・周期の吹送距離依存性（Case 2）



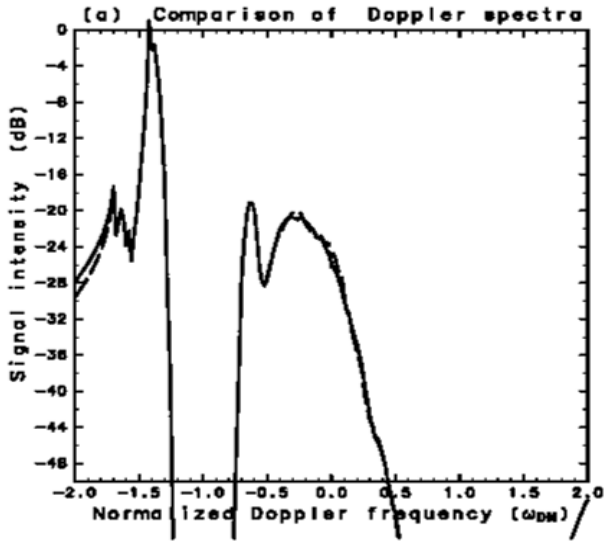


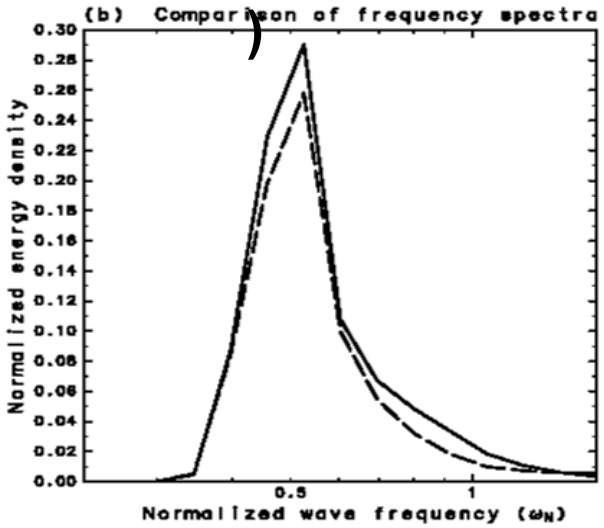
細実線：真の値，太実線：ビーム1，太破線： 2，太点線： 3，太点線： 4
黒丸： 二次散乱観測点。

$H_s = 4E^{1/2}$:Wave height,
$T_m = \Omega E^{-1}$:Wave period

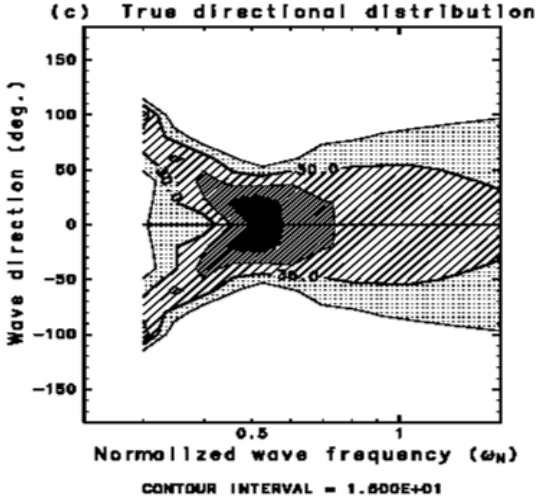
計算例（Case 3）

(i,j)=(4,3)

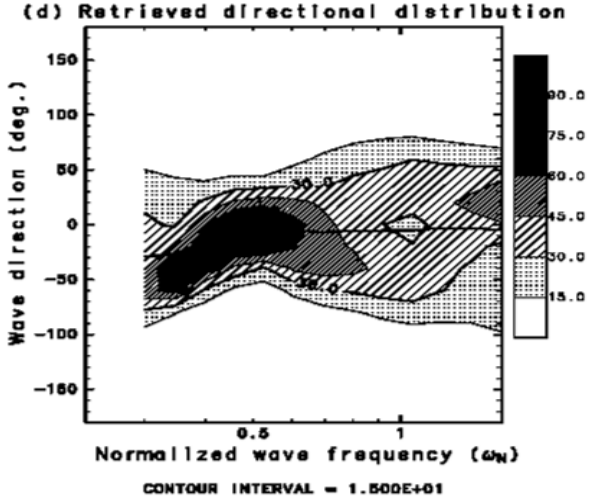




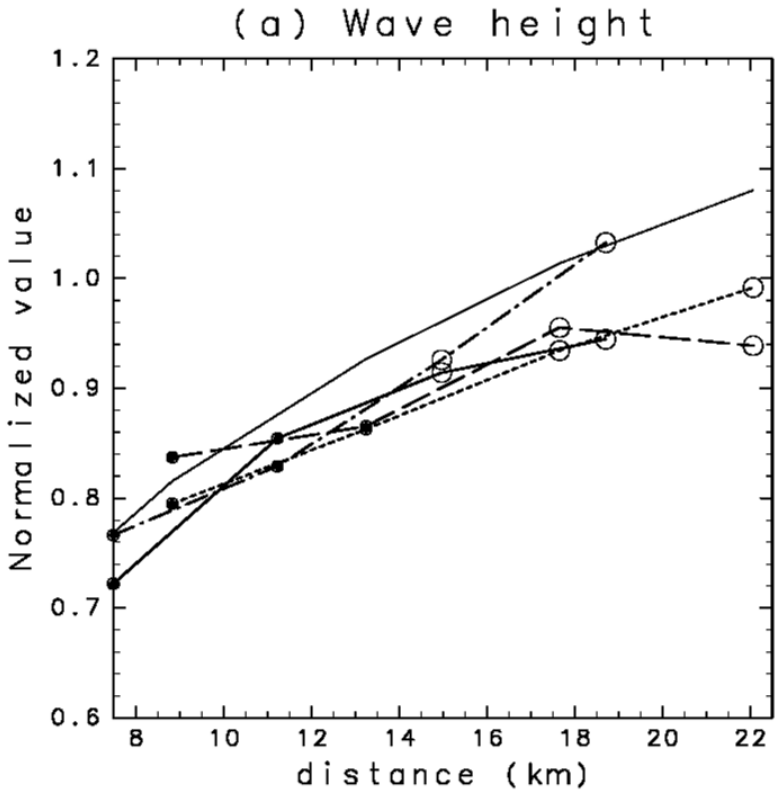
実線：真の値,破線：推定値

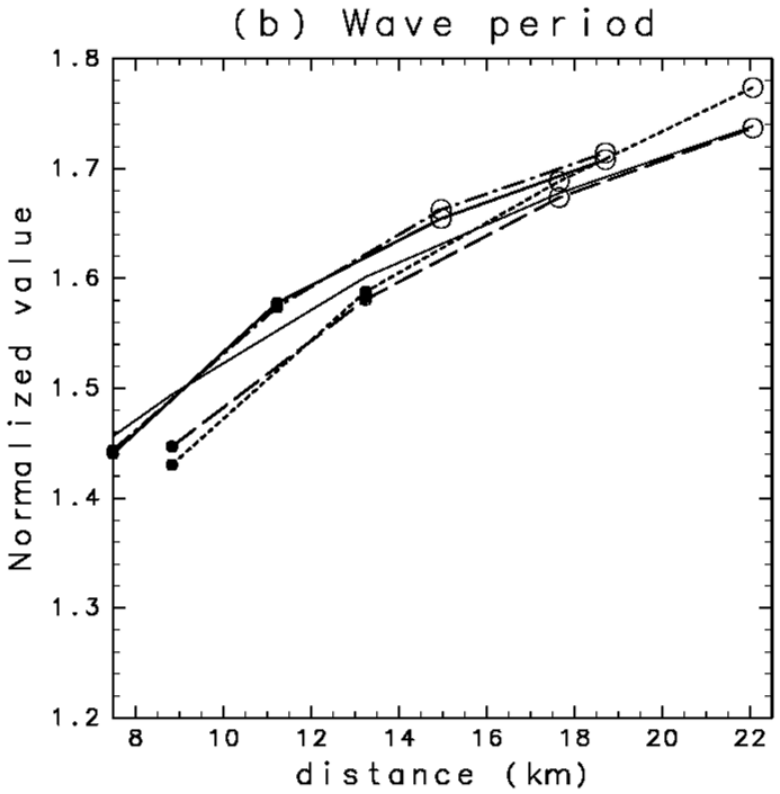


規格化した
方向分布



波高・周期の吹送距離依存性（Case 3）



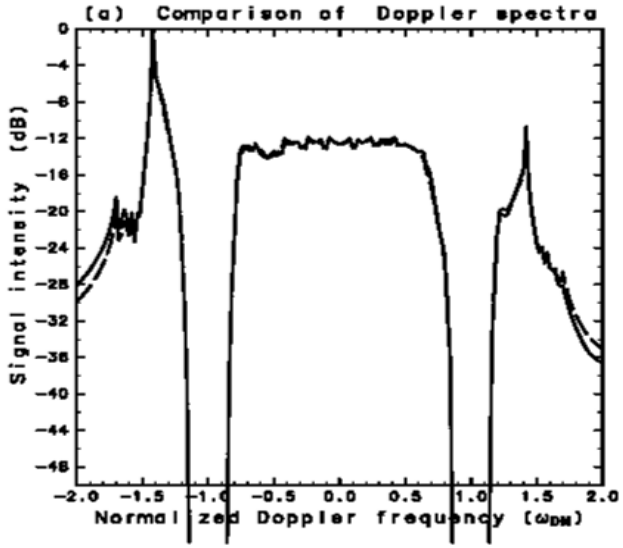


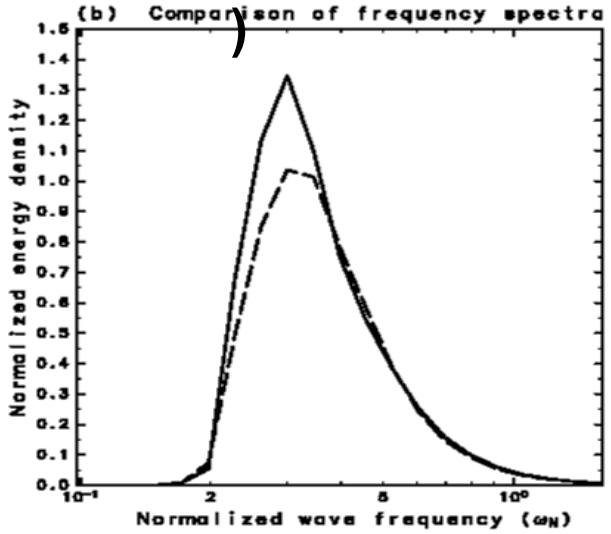
細実線:真の値，太実線:ビーム1，太破線： 2，太点線： 3，太点線： 4
黒丸： 二次散乱観測点，白丸： 一次散乱のみ。

$H_s = 4E^{1/2}$:Wave height,
$T_m = \Omega E^{-1}$:Wave period

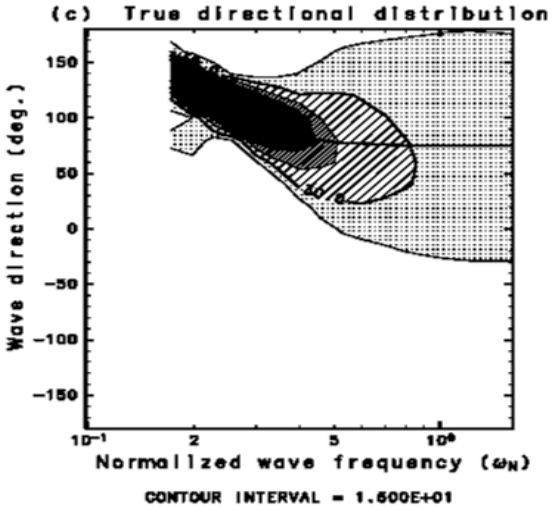
計算例（Case 4）

(i,j)=(4,3)

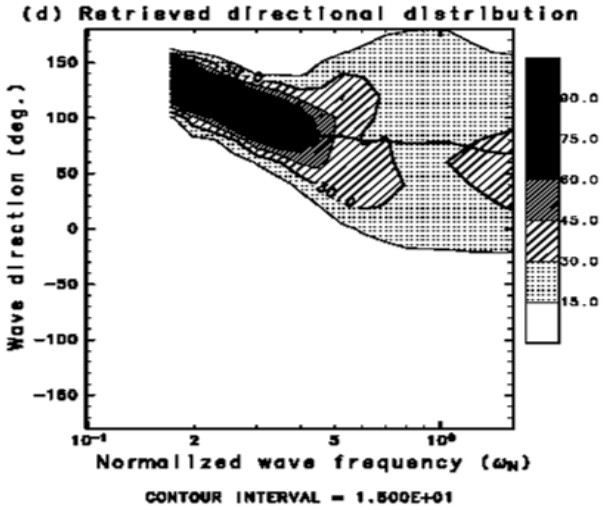




実線：真の値,破線：推定値



規格化した
方向分布



波浪パラメータの比較

$$r_h = [\frac{1}{N_r N_b}\sum_{i=1}^{N_r}\sum_{j=1}^{N_b}(1-\frac{H_s(i,j:\text{retrieved})}{H_s(i,j:\text{true})})^2]^{1/2},$$

$$r_t = [\frac{1}{N_r N_b}\sum_{i=1}^{N_r}\sum_{j=1}^{N_b}(1-\frac{T_m(i,j:\text{retrieved})}{T_m(i,j:\text{true})})^2]^{1/2},$$

$$r_w = [\frac{1}{N_r N_b}\sum_{i=1}^{N_r}\sum_{j=1}^{N_b}(\frac{|\mathbf{U}(i,j:\text{true})-\mathbf{U}(i,j:\text{retrieved})|^2}{|\mathbf{U}(i,j:\text{true})|^2})]^{1/2},$$

$$H_s = 4E^{1/2}, \qquad T_m = \Omega E^{-1}$$

Case	r_h	r_t	r_w
Case 1	0.046	0.028	0.061
Case 2	0.036	0.026	0.238
Case 3	0.063	0.017	0.279
Case 4	0.042	0.021	0.125

まとめと今後の課題

- レーダ散乱断面積の式とエネルギー方程式を組み合わせた波浪スペクトル推定手法を開発。
- 波浪が非一様な場でも適用可能。
- 波浪が非一様な場でも補間可能。
- 現場観測との比較。
- パラメータ化・アルゴリズムなどの改良。
- 最適な重みの設定手法。
- 非定常な場合の適用。
- 風速の推定手法の改良。