複数の短波海洋レーダを用いた流速ベクトル計測について

灘井 章嗣
情報通信研究機構
統合データシステム研究開発室

海洋レーダによる流速ベクトル計測

- HF海洋レーダ単体 → 視線方向流速のみ
- 視線方向の異なる2台のレーダ → 流速ベクトル
  - ただし、計測誤差はそのまま反映されてしまう

- 3台以上のレーダで計測されている海域で、情報を有効に使用するためには、3台以上のレーダを使用した流速ベクトル算出手法が必要
  - 個々のレーダの計測誤差の影響を軽減
  - 風向による一次散乱エコー強度差の影響を軽減
  - 大規模なHFレーダ観測システムには不可欠

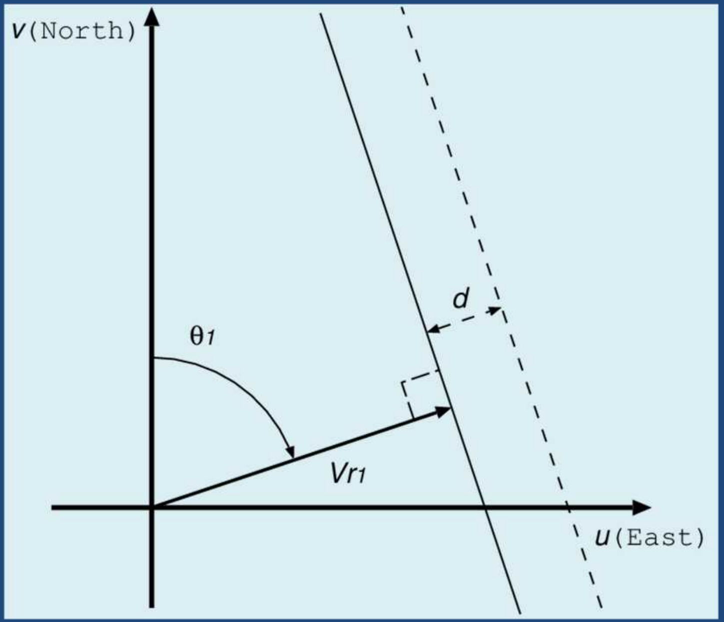
3台以上のHFレーダによる流速ベクトル算出

- 個々の計測値には計測誤差が含まれる
  - 従来の算出法（幾何学的）は対応できない

- 計測値の周辺に真値が存在する確率を導入
  - 計測値を平均値、計測誤差を標準偏差に持つ二次元ガウシアン分布
  - 真値の存在確率
    → 複数の二次元ガウシアン分布の重ね合わせ
    - 3台以上のレーダに対応可能
    - レーダによるRMSEの違いに対応可能

真値の存在確率分布 – レーダ1台

- レーダ視線方位角 $\theta 1$
- 視線流速計測値 *Vr1*
- 視線流速ベクトル
  ($Vr1 \cos \theta 1$, $Vr1 \sin \theta 1$)
  に直交する直線への距離が
  真値と計測値の差

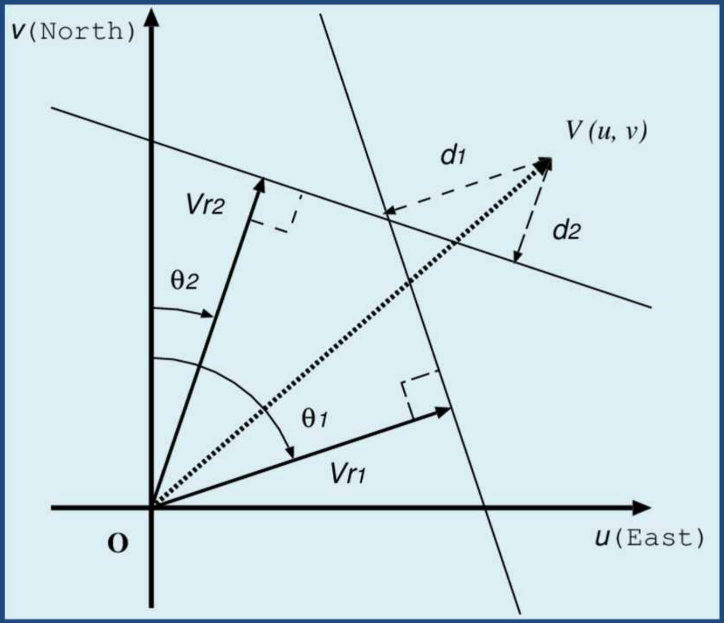


$$d_1^2 = (u \sin\theta_1 + v\cos\theta_1 - v_{r1})^2$$

$$p_{N=1} = p_1(u,v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1}\exp\{-\frac{(u\sin\theta_1 + v\cos\theta_1 - v_{r1})^2}{2\sigma_1^2}\}$$

真値の存在確率分布 – レーダ2台

- レーダ視線方位角 *θ1, θ2*
- 視線流速計測値 *Vr1, Vr2*



$$
\begin{aligned}
p_{N=2} \sim p_1(u,v)\cdot p_2(u,v) &= \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2}\exp\{-\frac{(u\sin\theta_1+v\cos\theta_1-v_{r1})^2}{2\sigma_1^2}\}\exp\{-\frac{(u\sin\theta_2+v\cos\theta_2-v_{r2})^2}{2\sigma_2^2}\} \\
&= \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2}\exp[-\{\frac{(u\sin\theta_1+v\cos\theta_1-v_{r1})^2}{2\sigma_1^2}+\frac{(u\sin\theta_2+v\cos\theta_2-v_{r2})^2}{2\sigma_2^2}\}] \\
&= \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2}\exp[-E^2]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
E_2^2 &= u^2(\frac{\sin^2\theta_1}{\sigma_1^2}+\frac{\sin^2\theta_2}{\sigma_2^2})+2uv(\frac{\sin\theta_1\cos\theta_1}{\sigma_1^2}+\frac{\sin\theta_2\cos\theta_2}{\sigma_2^2})+v^2(\frac{\cos^2\theta_1}{\sigma_1^2}+\frac{\cos^2\theta_2}{\sigma_2^2}) \\
&\quad -2u(\frac{v_{r1}\sin\theta_1}{\sigma_1^2}+\frac{v_{r2}\sin\theta_2}{\sigma_2^2})-2v(\frac{v_{r1}\cos\theta_1}{\sigma_1^2}+\frac{v_{r2}\cos\theta_2}{\sigma_2^2})+(\frac{v_{r1}^2}{\sigma_1^2}+\frac{v_{r2}^2}{\sigma_2^2})
\end{aligned}
$$

真値の算出 – レーダ2台

– 期待値

$$
\begin{aligned}
u &= \frac{\int\int u' p_1(u',v') p_2(u',v') du' dv'}{\int\int p_1(u',v') p_2(u',v') du' dv'} \\
v &= \frac{\int\int v' p_1(u',v') p_2(u',v') du' dv'}{\int\int p_1(u',v') p_2(u',v') du' dv'}
\end{aligned}
$$

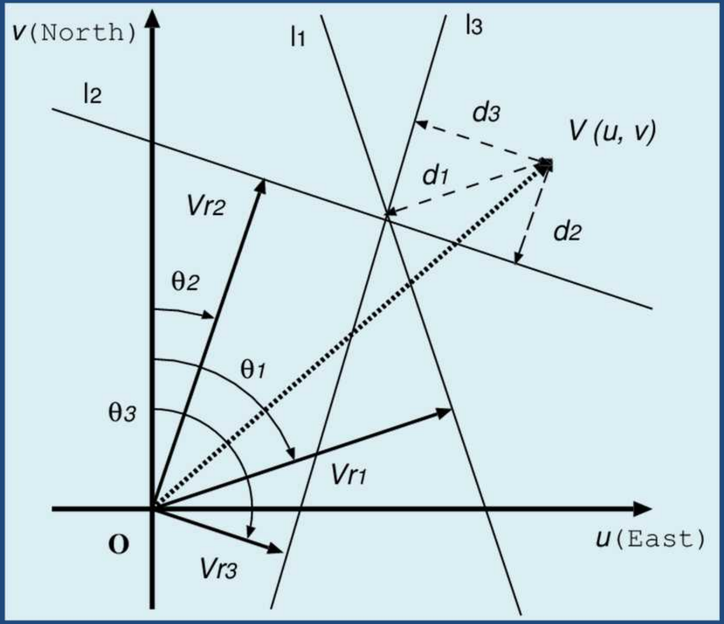
– 極値

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial E_2^2}{\partial u} &= 2\left(\left(\frac{\sin^2\theta_1}{\sigma_1^2} + \frac{\sin^2\theta_2}{\sigma_2^2}\right)u + \left(\frac{\sin\theta_1\cos\theta_1}{\sigma_1^2} + \frac{\sin\theta_2\cos\theta_2}{\sigma_2^2}\right)v - \left(\frac{v_{r1}\sin\theta_1}{\sigma_1^2} + \frac{v_{r2}\sin\theta_2}{\sigma_2^2}\right)\right) \to 0 \\
\frac{\partial E_2^2}{\partial v} &= 2\left(\left(\frac{\sin\theta_1\cos\theta_1}{\sigma_1^2} + \frac{\sin\theta_2\cos\theta_2}{\sigma_2^2}\right)u + \left(\frac{\cos^2\theta_1}{\sigma_1^2} + \frac{\cos^2\theta_2}{\sigma_2^2}\right)v - \left(\frac{v_{r1}\cos\theta_1}{\sigma_1^2} + \frac{v_{r2}\cos\theta_2}{\sigma_2^2}\right)\right) \to 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
u &= \frac{\left(\frac{\cos^2\theta_1}{\sigma_1^2} + \frac{\cos^2\theta_2}{\sigma_2^2}\right)\left(\frac{v_{r1}\sin\theta_1}{\sigma_1^2} + \frac{v_{r2}\sin\theta_2}{\sigma_2^2}\right) - \left(\frac{\sin\theta_1\cos\theta_1}{\sigma_1^2} + \frac{\sin\theta_2\cos\theta_2}{\sigma_2^2}\right)\left(\frac{v_{r1}\cos\theta_1}{\sigma_1^2} + \frac{v_{r2}\cos\theta_2}{\sigma_2^2}\right)}{\left(\frac{\sin^2\theta_1}{\sigma_1^2} + \frac{\sin^2\theta_2}{\sigma_2^2}\right)\left(\frac{\cos^2\theta_1}{\sigma_1^2} + \frac{\cos^2\theta_2}{\sigma_2^2}\right) - \left(\frac{\sin\theta_1\cos\theta_1}{\sigma_1^2} + \frac{\sin\theta_2\cos\theta_2}{\sigma_2^2}\right)^2} \\
v &= \frac{\left(\frac{\sin^2\theta_1}{\sigma_1^2} + \frac{\sin^2\theta_2}{\sigma_2^2}\right)\left(\frac{v_{r1}\sin\theta_1}{\sigma_1^2} + \frac{v_{r2}\sin\theta_2}{\sigma_2^2}\right) - \left(\frac{\sin\theta_1\cos\theta_1}{\sigma_1^2} + \frac{\sin\theta_2\cos\theta_2}{\sigma_2^2}\right)\left(\frac{v_{r1}\sin\theta_1}{\sigma_1^2} + \frac{v_{r2}\sin\theta_2}{\sigma_2^2}\right)}{\left(\frac{\sin^2\theta_1}{\sigma_1^2} + \frac{\sin^2\theta_2}{\sigma_2^2}\right)\left(\frac{\cos^2\theta_1}{\sigma_1^2} + \frac{\cos^2\theta_2}{\sigma_2^2}\right) - \left(\frac{\sin\theta_1\cos\theta_1}{\sigma_1^2} + \frac{\sin\theta_2\cos\theta_2}{\sigma_2^2}\right)^2}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\sigma_1 = \sigma_2 \Rightarrow u &= \frac{v_{r1}\cos\theta_2 - v_{r2}\cos\theta_1}{\sin(\theta_1 - \theta_2)} \\
v &= \frac{-v_{r1}\sin\theta_2 + v_{r2}\sin\theta_1}{\sin(\theta_1 - \theta_2)}
\end{aligned}
$$

真値の存在確率分布 – レーダ3台



$$p_{N=3} \sim p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \;=\; \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}\sigma_1\sigma_2\sigma_3}\exp\left[-E_3^2\right]$$

$$\begin{aligned} E_3^2 \;=\; & u^2\left(\frac{\sin^2\theta_1}{\sigma_1^2}+\frac{\sin^2\theta_2}{\sigma_2^2}+\frac{\sin^2\theta_3}{\sigma_3^2}\right)+2uv\left(\frac{\sin\theta_1\cos\theta_1}{\sigma_1^2}+\frac{\sin\theta_2\cos\theta_2}{\sigma_2^2}+\frac{\sin\theta_3\cos\theta_3}{\sigma_3^2}\right)+v^2\left(\frac{\cos^2\theta_1}{\sigma_1^2}+\frac{\cos^2\theta_2}{\sigma_2^2}+\frac{\cos^2\theta_3}{\sigma_3^2}\right) \\ & -2u\left(\frac{v_{r1}\sin\theta_1}{\sigma_1^2}+\frac{v_{r2}\sin\theta_2}{\sigma_2^2}+\frac{v_{r3}\sin\theta_3}{\sigma_3^2}\right)-2v\left(\frac{v_{r1}\cos\theta_1}{\sigma_1^2}+\frac{v_{r2}\cos\theta_2}{\sigma_2^2}+\frac{v_{r3}\cos\theta_3}{\sigma_3^2}\right)+\left(\frac{v_{r1}^2}{\sigma_1^2}+\frac{v_{r2}^2}{\sigma_2^2}+\frac{v_{r3}^2}{\sigma_3^2}\right) \end{aligned}$$

真値の存在確率分布 – レーダN台

$$
\begin{aligned}
p_N &= \frac{\sqrt{D^2}}{\pi}\exp\left[-E_N^2\right] \\
D^2 &= \left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\sin^2\theta_i}{\sigma_i^2}\right)\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\cos^2\theta_i}{\sigma_i^2}\right) - \left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\sin\theta_i\cos\theta_i}{\sigma_i^2}\right)^2 \\
E_N^2 &= \left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\sin^2\theta_i}{\sigma_i^2}\right)u^2 + 2\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\sin\theta_i\cos\theta_i}{\sigma_i^2}\right)uv + \left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\cos^2\theta_i}{\sigma_i^2}\right)v^2 \\
&\quad -2\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{v_{ri}\sin\theta_i}{\sigma_i^2}\right)u - 2\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{v_{ri}\cos\theta_i}{\sigma_i^2}\right)v + \left(\sum_{i=1}^{N}\frac{v_{ri}^2}{\sigma_i^2}\right)
\end{aligned}
$$

- E^2_Nの長径、短径 *a, b*、軸の方向Θ

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{1}{a^2},\frac{1}{b^2}\right) &= \frac{1}{2}\left\{\left(\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\sin^2\theta_i}{\sigma_i^2}\right)+\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\cos^2\theta_i}{\sigma_i^2}\right)\right) \pm \sqrt{\left(\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\sin^2\theta_i}{\sigma_i^2}\right)-\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\cos^2\theta_i}{\sigma_i^2}\right)\right)^2 - 4\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\sin\theta_i\cos\theta_i}{\sigma_i^2}\right)^2}\right\} \\
\Theta &= \frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{2\sum_{i=1}^{N}\frac{\sin\theta_i\cos\theta_i}{\sigma_i^2}}{\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\sin^2\theta_i}{\sigma_i^2}\right)-\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\cos^2\theta_i}{\sigma_i^2}\right)} = \frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{\sum_{i=1}^{N}\frac{2\sin\theta_i\cos\theta_i}{\sigma_i^2}}{\sum_{i=1}^{N}\frac{\sin^2\theta_i-\cos^2\theta_i}{\sigma_i^2}} \\
&= \frac{-1}{2}\tan^{-1}\frac{\sum_{i=1}^{N}\frac{\sin 2\theta_i}{\sigma_i^2}}{\sum_{i=1}^{N}\frac{\cos 2\theta_i}{\sigma_i^2}}
\end{aligned}
$$

真値の算出 – レーダN台

$$u = \frac{(\sum_{i=1}^{N} \frac{\cos^2\theta_i}{\sigma_i^2})(\sum_{i=1}^{N} \frac{v_{ri}\sin\theta_i}{\sigma_i^2}) - (\sum_{i=1}^{N} \frac{\sin\theta_i\cos\theta_i}{\sigma_i^2})(\sum_{i=1}^{N} \frac{v_{ri}\cos\theta_i}{\sigma_i^2})}{(\sum_{i=1}^{N} \frac{\sin^2\theta_i}{\sigma_i^2})(\sum_{i=1}^{N} \frac{\cos^2\theta_i}{\sigma_i^2}) - (\sum_{i=1}^{N} \frac{\sin\theta_i\cos\theta_i}{\sigma_i^2})^2}$$

$$v = \frac{(\sum_{i=1}^{N} \frac{\sin^2\theta_i}{\sigma_i^2})(\sum_{i=1}^{N} \frac{v_{ri}\sin\theta_i}{\sigma_i^2}) - (\sum_{i=1}^{N} \frac{\sin\theta_i\cos\theta_i}{\sigma_i^2})(\sum_{i=1}^{N} \frac{v_{ri}\sin\theta_i}{\sigma_i^2})}{(\sum_{i=1}^{N} \frac{\sin^2\theta_i}{\sigma_i^2})(\sum_{i=1}^{N} \frac{\cos^2\theta_i}{\sigma_i^2}) - (\sum_{i=1}^{N} \frac{\sin\theta_i\cos\theta_i}{\sigma_i^2})^2}$$

まとめ

- 3台以上のHF海洋レーダを用いた流速ベクトル算出について、真値の存在確率を二次元ガウシアン分布の重ね合わせとして定義し、算出法を提案した。
- 同時に、個々のレーダが持つ計測精度の反映法も提案した。

⇒ 複数のHF海洋レーダを用いた大規模観測システムが構築可能