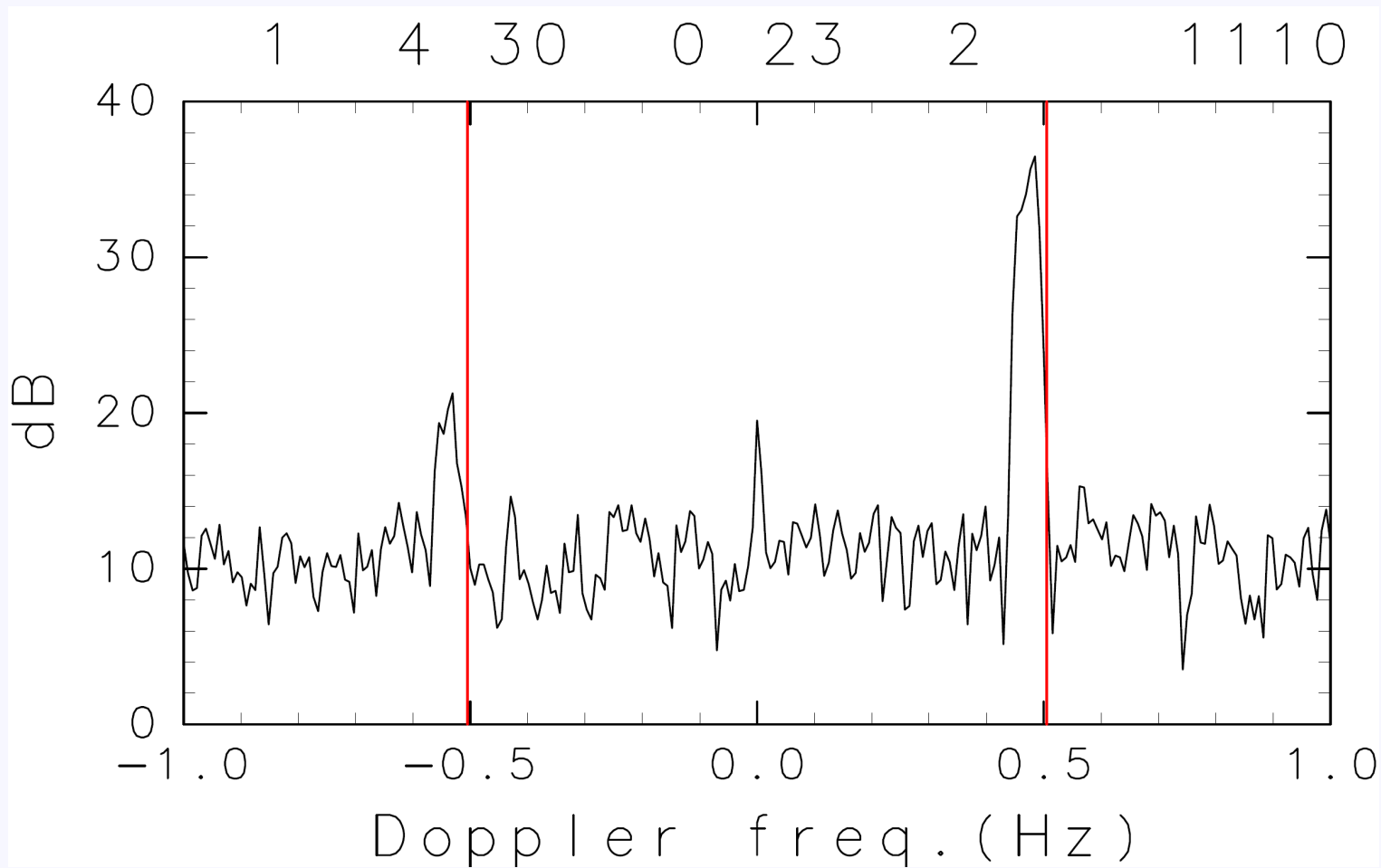
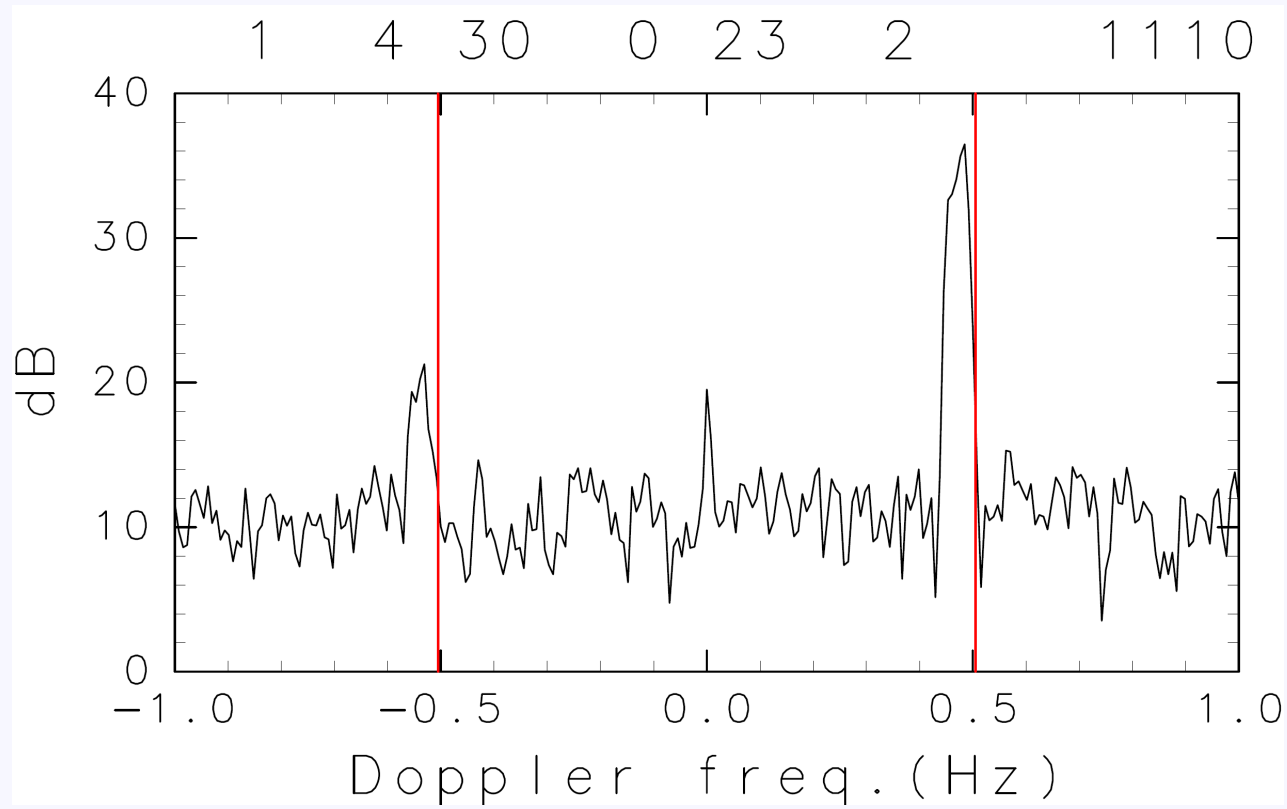


海洋レーダドップラースペクトル ピーク周波数の検討

久木幸治(琉球大・理)





$$\omega_B = \sqrt{2gk_0}$$

$$\omega_{DP} = \omega_B - 2k_0 U_r$$

k_0 :電波波数

U_r :視線方向流速

自由波の分散関係

線形

$$\omega^2 = gk$$

ストークス波

$$\omega^2 = gk(1 + k^2 a^2)$$

ストークス(周波数)補正

a:波の振幅

$$\omega_B = \sqrt{2gk_0(1 + 4k_0^2 a^2)}$$

k_0 :電波波数

過去の研究例

$$\Delta c_{L62} \approx \Delta c_{L62*} = \pm 2 \int_0^{k_B} \omega(k) k S(k) dk \pm 2 k_B \int_{k_B}^{\infty} \omega(k) S(k) dk.$$

TABLE 2. Correlation coefficients (with 95% confidence intervals) between HFR radial currents and AWAC currents ($U_{\text{AWAC-e}}$) to which the different possible contributions of the Stokes drift were added. In the right section, U_{HFR} vs $U_{\text{AWAC-e}} + \Delta c_i$ [where $i = (\text{H76, L01, L62})$ for one-half of the surface Stokes drift, the weighted depth-averaged Stokes drift and the filtered surface Stokes drift, respectively], the second line indicates the correlation coefficients that have been calculated with the approximations to the nonlinear corrections. The best correlations for each radar station are highlighted in boldface type. The bearing offsets are given for each radar-moored current meter pair.

		U_{HFR} vs $U_{\text{AWAC-e}}$			U_{HFR} vs $U_{\text{AWAC-e}} + \Delta c_i$								
HFR site	Mooring	r	$\Delta\theta$	r^*	$U_S(0)$	$\Delta\theta_{U_S(0)}$	Δc_{H76}	$\Delta\theta_{\text{H76}}$	Δc_{L01}	$\Delta\theta_{\text{L01}}$	Δc_{L62}	$\Delta\theta_{\text{L62}}$	
WERA													
PAB	Bic (winter 2017)	0.63 ± 0.02	-4°	0.62 ± 0.03	0.73 ± 0.03	-3°	0.80 ± 0.03	-1°	0.75 ± 0.04	-3°	0.74 ± 0.04	-3°	
					0.70 ± 0.04		0.79 ± 0.03		0.73 ± 0.04		0.71 ± 0.03		
PAO	Forestville (winter 2017)	0.30 ± 0.03	-3°	0.42 ± 0.04	0.80 ± 0.04	-4°	0.90 ± 0.03	-4°	0.87 ± 0.02	-4°	0.84 ± 0.02	-4°	
					0.78 ± 0.04		0.88 ± 0.05		0.86 ± 0.03		0.83 ± 0.05		
CODAR													
PAP	Forestville (winter 2017)	0.17 ± 0.03	-12°	0.52 ± 0.06	0.61 ± 0.05	0°	0.96 ± 0.03	0°	0.83 ± 0.03	0°	0.77 ± 0.03	0°	
					0.58 ± 0.04		0.94 ± 0.04		0.80 ± 0.05		0.75 ± 0.04		
PAP	Saint-Ulrich (summer 2013)	0.91 ± 0.02	-1°	0.93 ± 0.03	0.93 ± 0.03	-1°	0.93 ± 0.03	-1°	0.93 ± 0.02	-1°	0.93 ± 0.03	-1°	
					0.92 ± 0.02		0.93 ± 0.03		0.93 ± 0.02		0.93 ± 0.03		

$$\nabla^2 \phi = 0$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla \phi)^T \cdot (\nabla \phi) = -g\eta \quad \text{at } z = \eta$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + (\nabla \phi)^T \cdot (\nabla \eta) = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad \text{at } z = \eta$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z = -\infty$$

Φ:速度ポテンシャル
η:海面変位

$$\nabla \equiv \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)^T$$

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

$$W(\mathbf{K}) + \int_{\mathbf{K}_1} F(\mathbf{K}, \mathbf{K}_1) X_1(\mathbf{K}_1) d\mathbf{K}_1 = 0$$

$$\mathbf{K} = (\omega, \mathbf{k}) \quad \mathbf{K}_n = (\omega_n, \mathbf{k}_n)$$

$$\mathbf{K} = (\omega, \mathbf{k})$$

ω :角周波数, $\mathbf{k}$:水平波数ベクトル

$$W(\mathbf{K}) \equiv g - \frac{\omega^2}{k}$$

$$F(\mathbf{K}, \mathbf{K}_1) = -\frac{4[f_2(\mathbf{K}, \mathbf{K}_1)]^2}{W(\mathbf{K} - \mathbf{K}_1)} - f_3(\mathbf{K}, \mathbf{K}_1, -\mathbf{K}_1) \\ - f_3(\mathbf{K}, \mathbf{K}_1, \mathbf{K}) - f_3(\mathbf{K}, \mathbf{K}, \mathbf{K}_1)$$

Masuda et al(1979),
浜中&川崎(1980)

$X(\mathbf{K})$: 波浪スペクトル

$$f_2(\mathbf{K}, \mathbf{K}_1) = \frac{1}{2} \left[\omega^2 - \omega\omega_1 + \omega_1^2 - \omega\omega_1 \langle \mathbf{k}, \mathbf{k}_1 \rangle \right. \\ \left. - \omega(\omega - \omega_1) \langle \mathbf{k}, \mathbf{k} - \mathbf{k}_1 \rangle - \omega_1(\omega - \omega_1) \langle \mathbf{k}_1, \mathbf{k} - \mathbf{k}_1 \rangle \right]$$

$$f_3(\mathbf{K}, \mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2) = \frac{1}{4} (\omega_1^2 k_1 + \omega_2^2 k_2) + \frac{1}{2} \omega_1 \omega_2 (k_1 + k_2) - \frac{\omega}{4k} (\omega_1 k_1^2 + \omega_2 k_2^2) \\ - \frac{1}{2} (\omega_1 + \omega_2) |\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2| \left(\omega_1 \langle \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 \rangle + \omega_2 \langle \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 \rangle \right) \\ - \frac{1}{2} \omega (\omega_1 + \omega_2) \frac{(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_2)}{k} \\ + \frac{1}{2} \omega |\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2| \langle \mathbf{k}, \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 \rangle \left[\omega_1 \langle \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 \rangle + \omega_2 \langle \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 \rangle \right] \\ - \frac{1}{2} k \omega_1 \omega_2 \left(\langle \mathbf{k}, \mathbf{k}_1 \rangle + \langle \mathbf{k}, \mathbf{k}_2 \rangle \right) \\ + \frac{1}{2} \omega_1 \omega_2 \left[|\mathbf{k} - \mathbf{k}_1| \langle \mathbf{k}_1, \mathbf{k} - \mathbf{k}_1 \rangle \langle \mathbf{k}_2, \mathbf{k} - \mathbf{k}_1 \rangle \right. \\ \left. + |\mathbf{k} - \mathbf{k}_2| \langle \mathbf{k}_1, \mathbf{k} - \mathbf{k}_2 \rangle \langle \mathbf{k}_2, \mathbf{k} - \mathbf{k}_2 \rangle \right].$$

$$\mathbf{K} \equiv (\omega, \mathbf{k})$$

$$\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle \equiv \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}| |\mathbf{b}|}.$$

Masuda et al(1979),
浜中&川崎(1980)

$$X_1(\mathbf{K}) = \frac{1}{2} \sum_{m=\pm 1} S_1(m\mathbf{k}) \delta(\omega - m\tilde{\omega}(\mathbf{k})).$$

δ :デルタ関数

$$\omega = \tilde{\omega}(\mathbf{k}), \text{ 分散関係}$$

$$\tilde{\omega}(\mathbf{k}) = \sqrt{gk} \quad \text{線形分散関係}$$

$$X_2(\mathbf{K}) = 2 \int_{\mathbf{K}_1} G_H^2(\mathbf{K}, \mathbf{K}_1) X_1(\mathbf{K}_1) X_1(\mathbf{K} - \mathbf{K}_1) d\mathbf{K}_1$$

$$G_H(\mathbf{K}, \mathbf{K}_1) = \frac{f_2(\mathbf{K}, \mathbf{K}_1)}{W(\mathbf{K})}$$

$$X_2(\mathbf{K}) = \sum_{m_1=\pm 1} \sum_{m_2=\pm 1} \frac{1}{2} \int_{\mathbf{k}_1} G_H^2(\mathbf{K}, m_1\omega_1, \mathbf{k}_1) S_1(m_1\mathbf{k}_1) S_1(m_2(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)) \\ \delta(\omega - m_1\tilde{\omega}(\mathbf{k}_1) - m_2\tilde{\omega}(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)) d\mathbf{k}_1$$

$$X_1(\mathbf{K}) = \frac{1}{2} \sum_{m=\pm 1} S_1(m\mathbf{k}) \delta(\omega - m\tilde{\omega}(\mathbf{k})).$$

δ:デルタ関数

$$\begin{aligned} \int_{\mathbf{K}_1} F(\mathbf{K}, \mathbf{K}_1) X_1(\mathbf{K}_1) d\mathbf{K}_1 &= \frac{1}{2} \sum_{m=\pm 1} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} F(\mathbf{K}, m\tilde{\omega}(m\mathbf{k}_1), m\mathbf{k}_1) G_1(\omega_1, \theta_1) d\omega_1 d\theta_1. \\ &= \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} \tilde{F}(\mathbf{K}, \mathbf{K}_1) G_1(\omega_1, \theta_1) d\omega_1 d\theta_1. \end{aligned}$$

$G_1(\omega, \theta)$: 角周波数 ω , 伝搬方向 θ に対する 1 次方向スペクトル

$$\tilde{F}(\mathbf{K}, \mathbf{K}_1) = \frac{1}{2} (F(\mathbf{K}, \mathbf{K}_1) + F(\mathbf{K}, -\mathbf{K}_1))$$

$$= -2 \left\{ \frac{[f_2(\mathbf{K}, \mathbf{K}_1)]^2}{W(\mathbf{K} - \mathbf{K}_1)} + \frac{[f_2(\mathbf{K}, -\mathbf{K}_1)]^2}{W(\mathbf{K} + \mathbf{K}_1)} \right\}$$

$$+ \omega^2 k + \omega_1^2 k_1 + 2\omega\omega_1(k + k_1) < \mathbf{k}, \mathbf{k}_1 >$$

$$- \frac{1}{2} |\mathbf{k} + \mathbf{k}_1| \left[\omega < \mathbf{k}, \mathbf{k} + \mathbf{k}_1 > + \omega_1 < \mathbf{k}_1, \mathbf{k} + \mathbf{k}_1 > \right]^2$$

$$- \frac{1}{2} |\mathbf{k} - \mathbf{k}_1| \left[\omega < \mathbf{k}, \mathbf{k} - \mathbf{k}_1 > + \omega_1 < \mathbf{k}_1, \mathbf{k} - \mathbf{k}_1 > \right]^2,$$

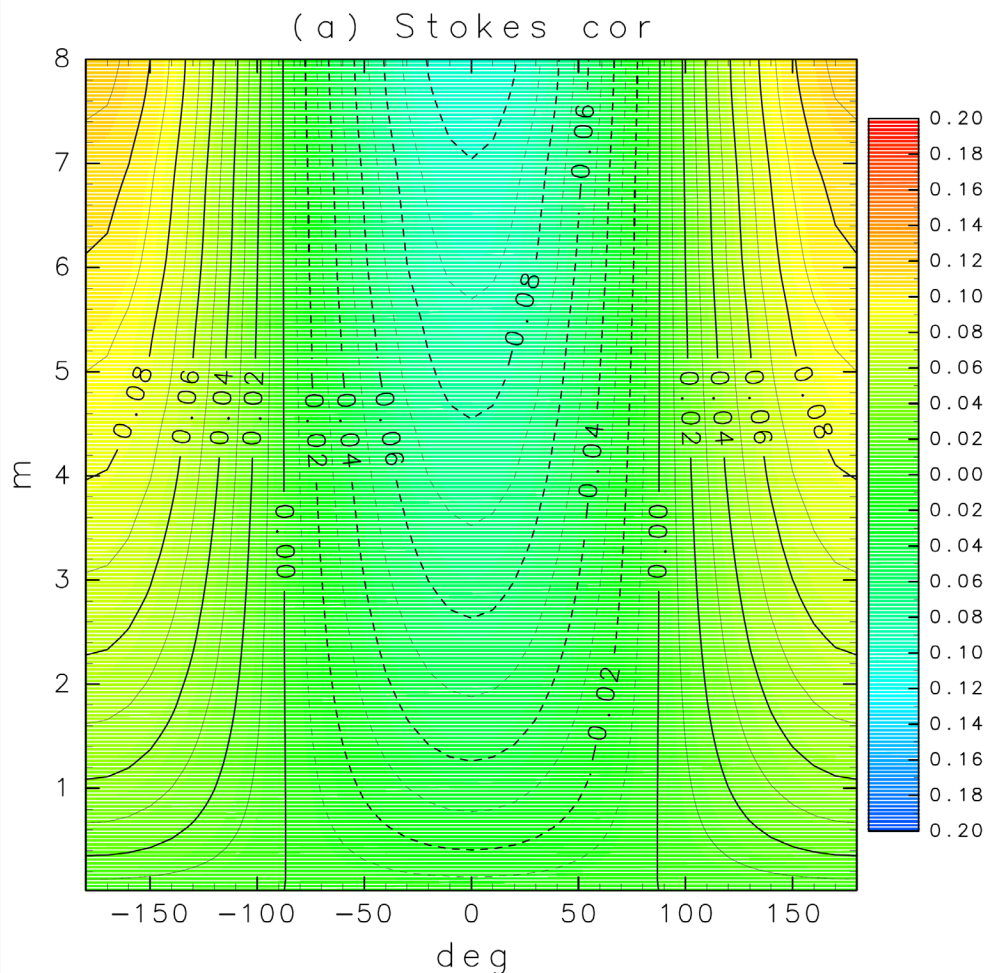
$$W(\mathbf{K}) \equiv g - \frac{\omega^2}{k}$$

$c = \omega/k$, 線形位相速度 $c_0 = g/\omega$ として

$$W(\mathbf{K}) = -g \frac{c - c_0}{c_0}$$

$$\frac{c - c_0}{c_0} = \frac{1}{g} \int_{\mathbf{K}_1} F(\mathbf{K}, \mathbf{K}_1) X_1(\mathbf{K}_1) d\mathbf{K}_1$$

$$\frac{c - c_0}{c_0} = \frac{1}{g} \int_{\mathbf{K}_1} F(\mathbf{K}, \mathbf{K}_1) X_1(\mathbf{K}_1) d\mathbf{K}_1$$



CONTOUR INTERVAL = 1.000E-02

JOWSWAPスペクトル

右辺

$$W(\mathbf{K}) = 0$$

$$W(\mathbf{K}_1) = 0$$

$$\mathbf{K} = (\omega, \mathbf{k})$$

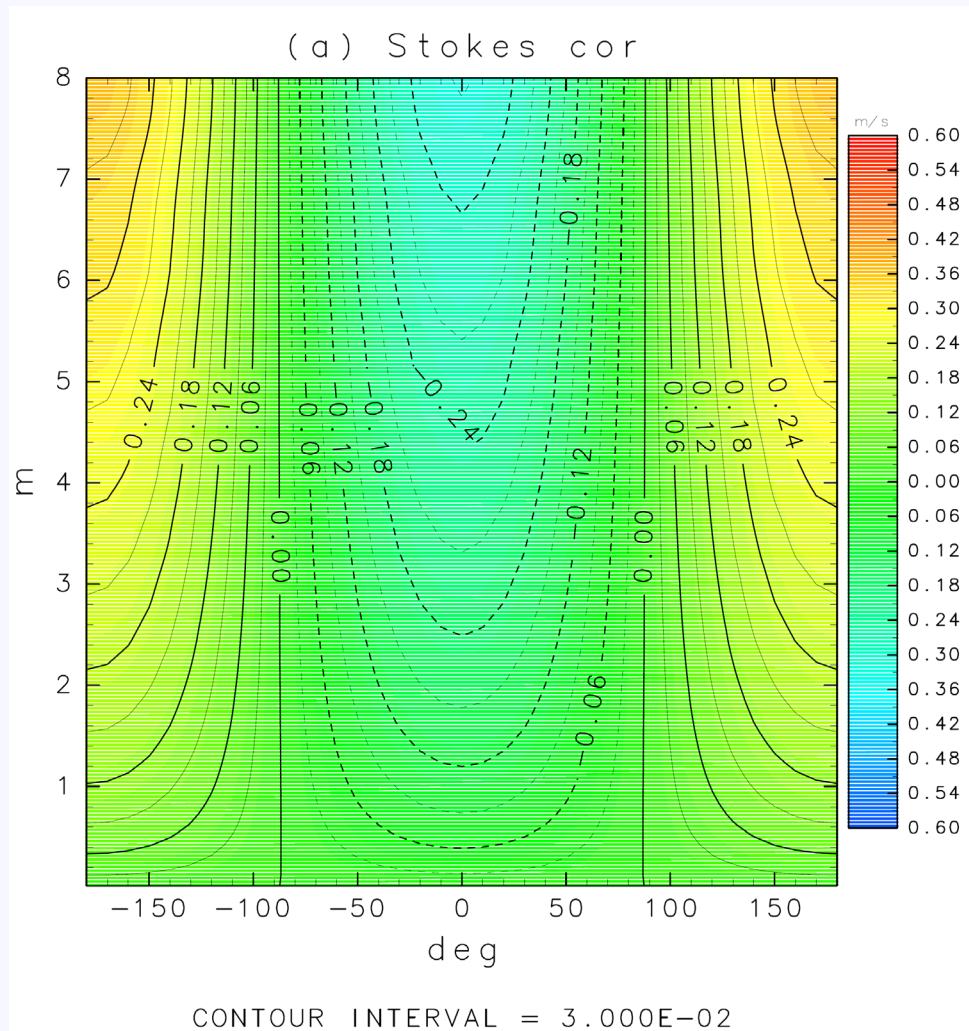
横軸:スペクトルピーク波伝搬方向
縦軸:波高

波数ベクトル-2k₀
24.515MHzレーダパラメータ

0度:入射電波の方向

$$\cos^{2s}\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

分布



m/s

横軸:スペクトルピーク波伝搬方向
縦軸:波高

波数ベクトル-2k₀
24.515MHzレーダパラメータ

JOWSWAPスペクトル

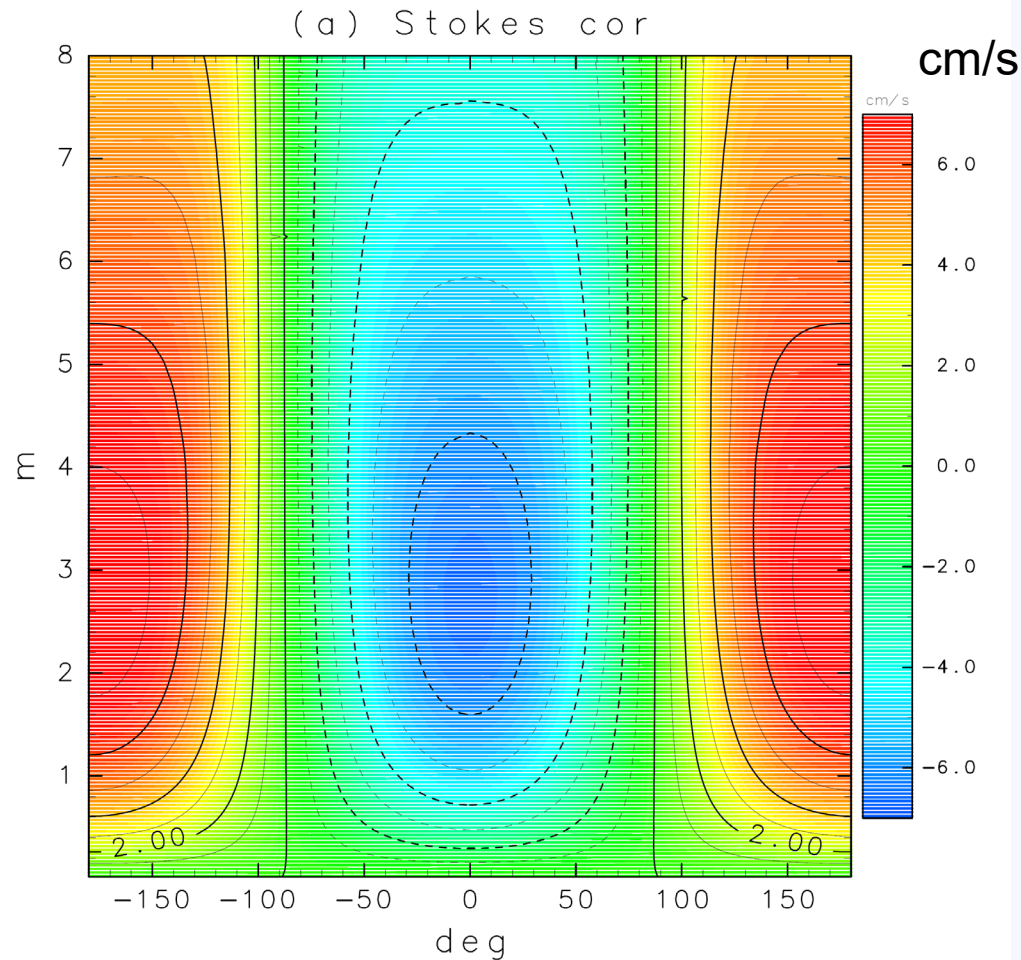
$$\cos^{2s}\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

分布

$$W(\mathbf{K}) + \int_{\mathbf{K}_1} F(\mathbf{K}, \mathbf{K}_1) X_1(\mathbf{K}_1) d\mathbf{K}_1 = 0$$

$k=-2k_0$ として両項にある ω を求める

縦軸:波高



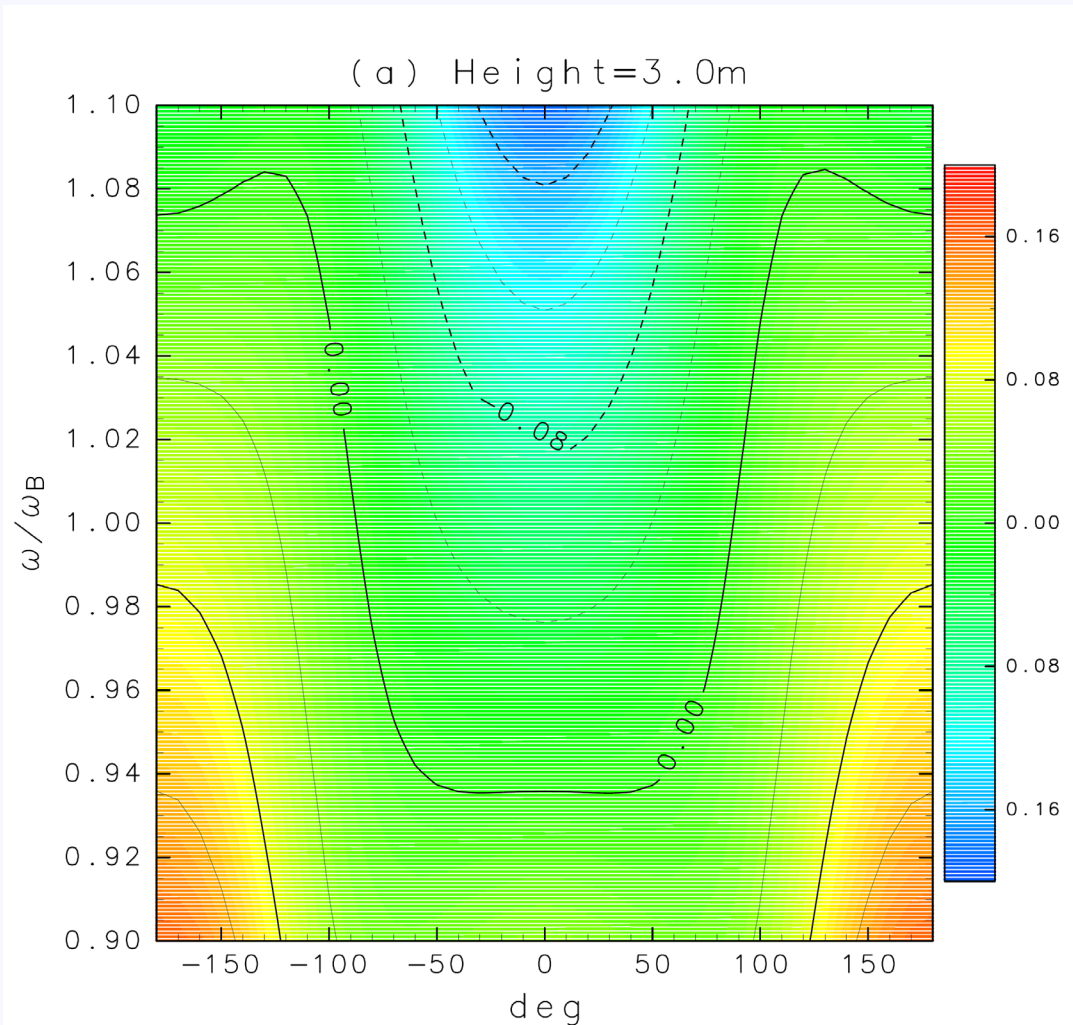
横軸:スペクトルピーク波伝搬方向

$$W(\mathbf{K}) \equiv g - \frac{\omega^2}{k}$$

$$W(\mathbf{K}_1) = 0$$

$$\mathbf{K} = (\omega, \mathbf{k})$$

$$\int_{\mathbf{K}_1} F(\mathbf{K}, \mathbf{K}_1) X_1(\mathbf{K}_1) d\mathbf{K}_1$$



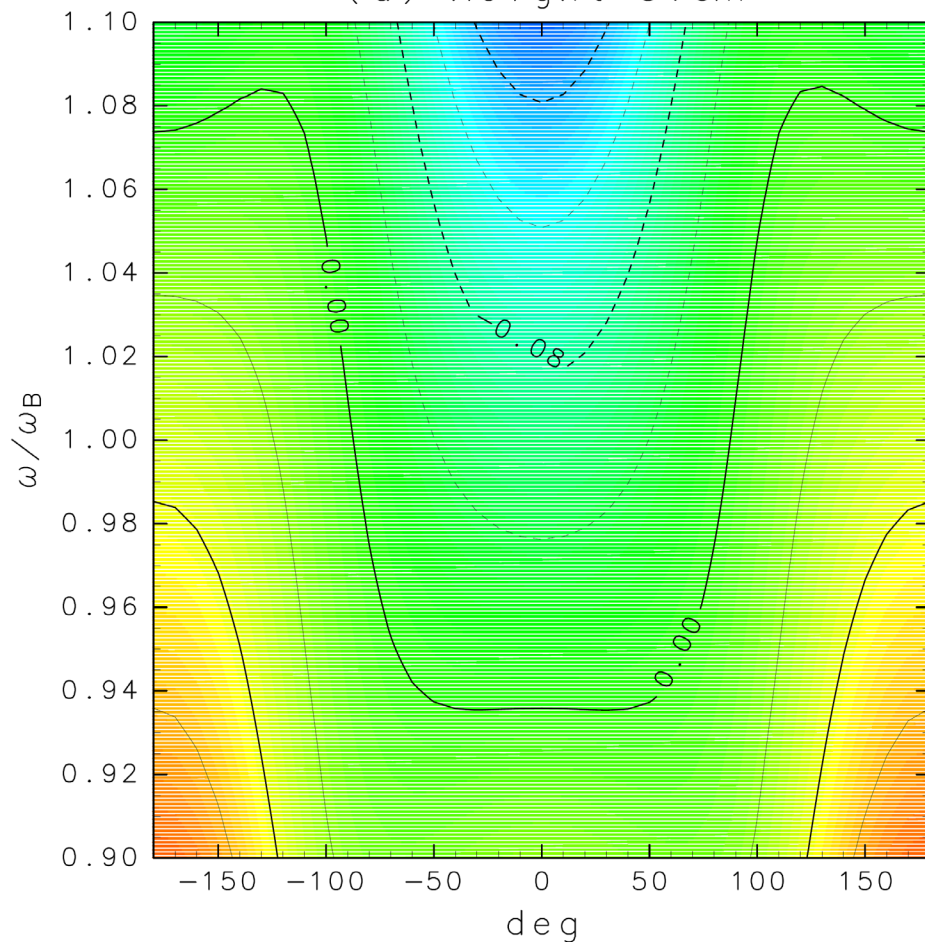
$$\omega_B = \sqrt{2gk_0}$$

CONTour INTERVAL = 4.000E-02
横軸:スペクトルピーク波伝搬方向

$$\mathbf{K} = (\omega, \mathbf{k})$$

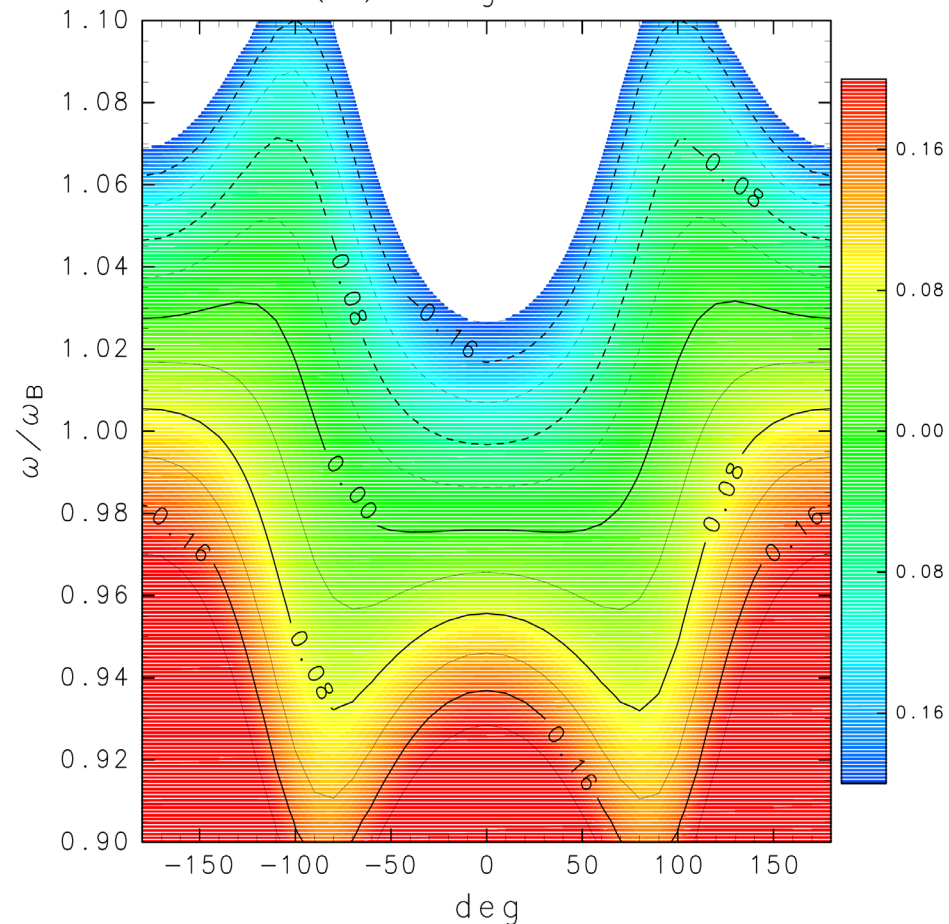
$$\int_{\mathbf{K}_1} F(\mathbf{K}, \mathbf{K}_1) X_1(\mathbf{K}_1) d\mathbf{K}_1$$

(a) Height=3.0m



CONTOUR INTERVAL = 4.000E-02

(a) Height=6.0m



CONTOUR INTERVAL = 4.000E-02

$$\omega_B = \sqrt{2gk_0}$$

横軸:スペクトルピーク波伝搬方向

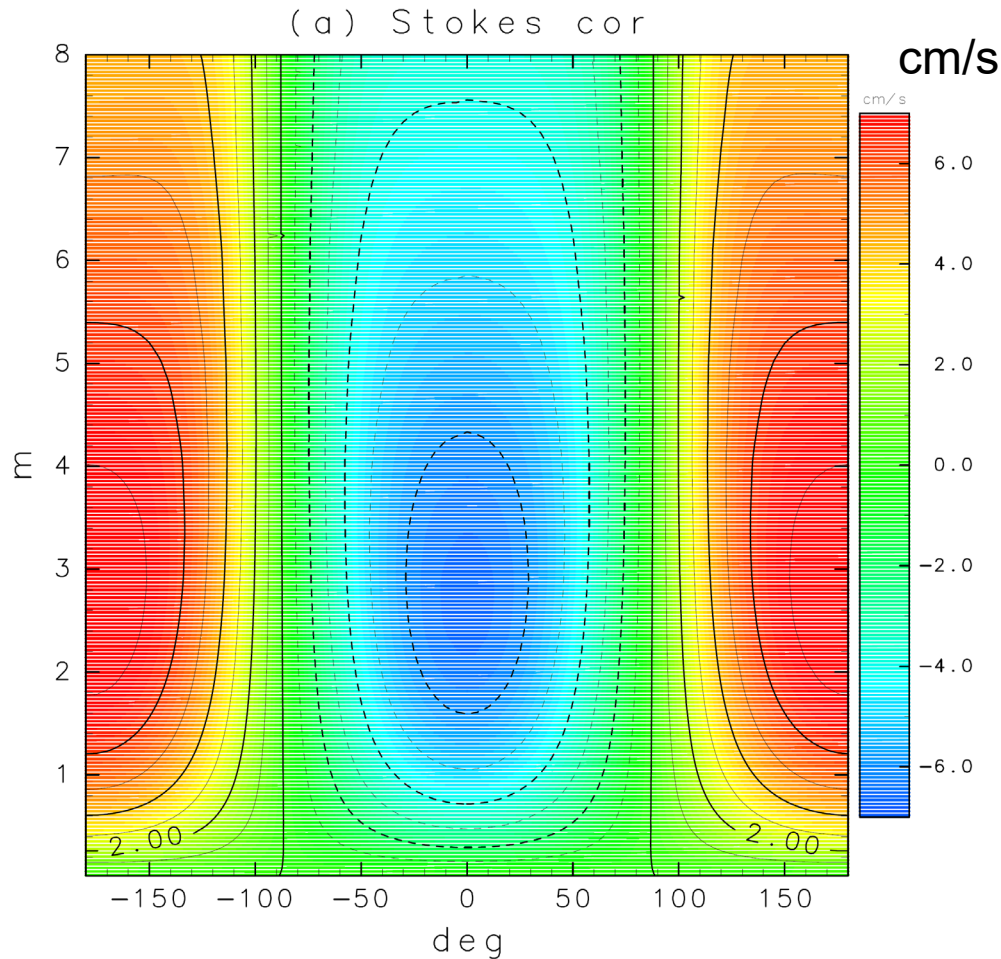
$$\mathbf{K} = (\omega, \mathbf{k})$$

$$W(\mathbf{K}) + \int_{\mathbf{K}_1} F(\mathbf{K}, \mathbf{K}_1) X_1(\mathbf{K}_1) d\mathbf{K}_1 = 0$$

$k=-2k_0$ として両項にある ω を求める

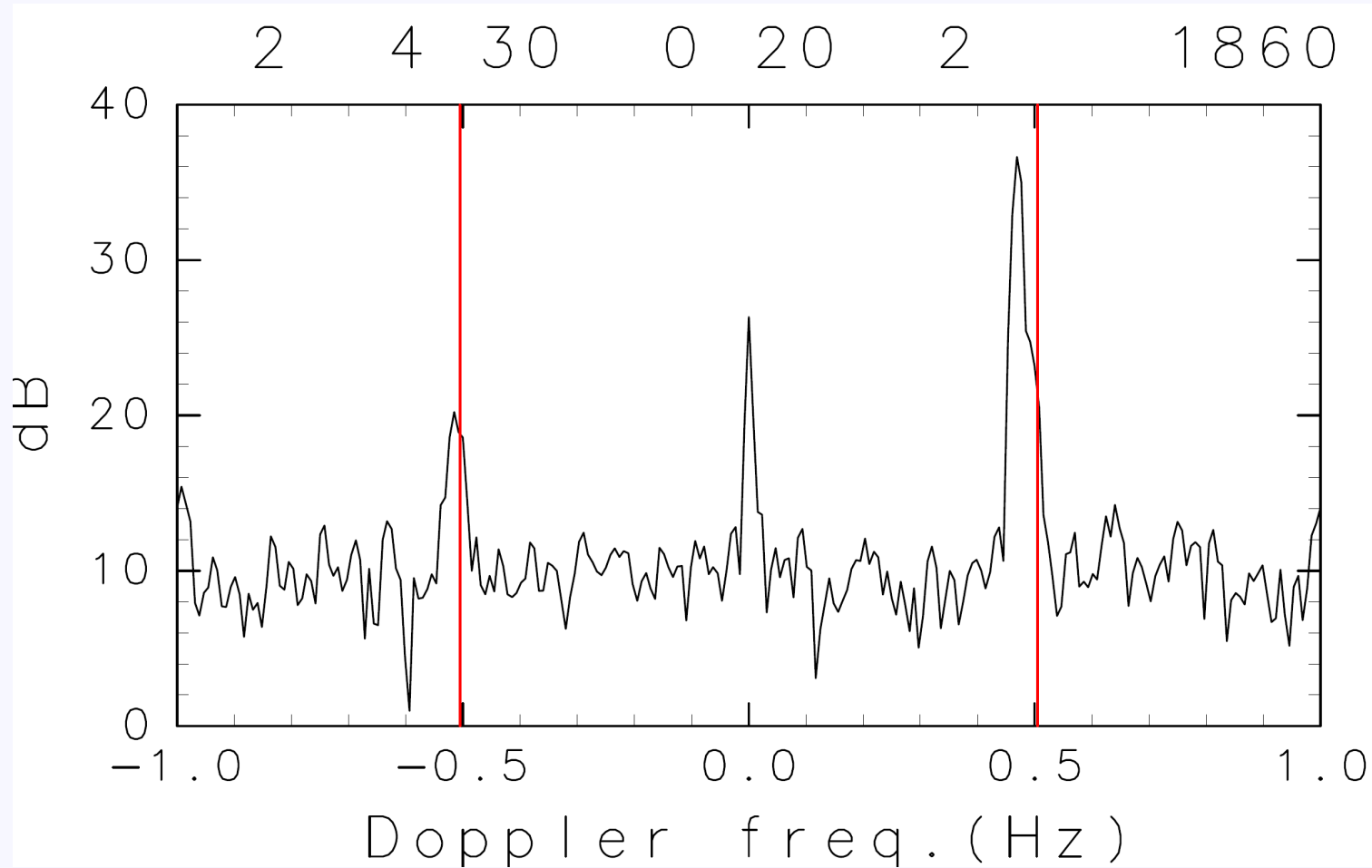
$$W(\mathbf{K}) \equiv g - \frac{\omega^2}{k}$$

縦軸:波高

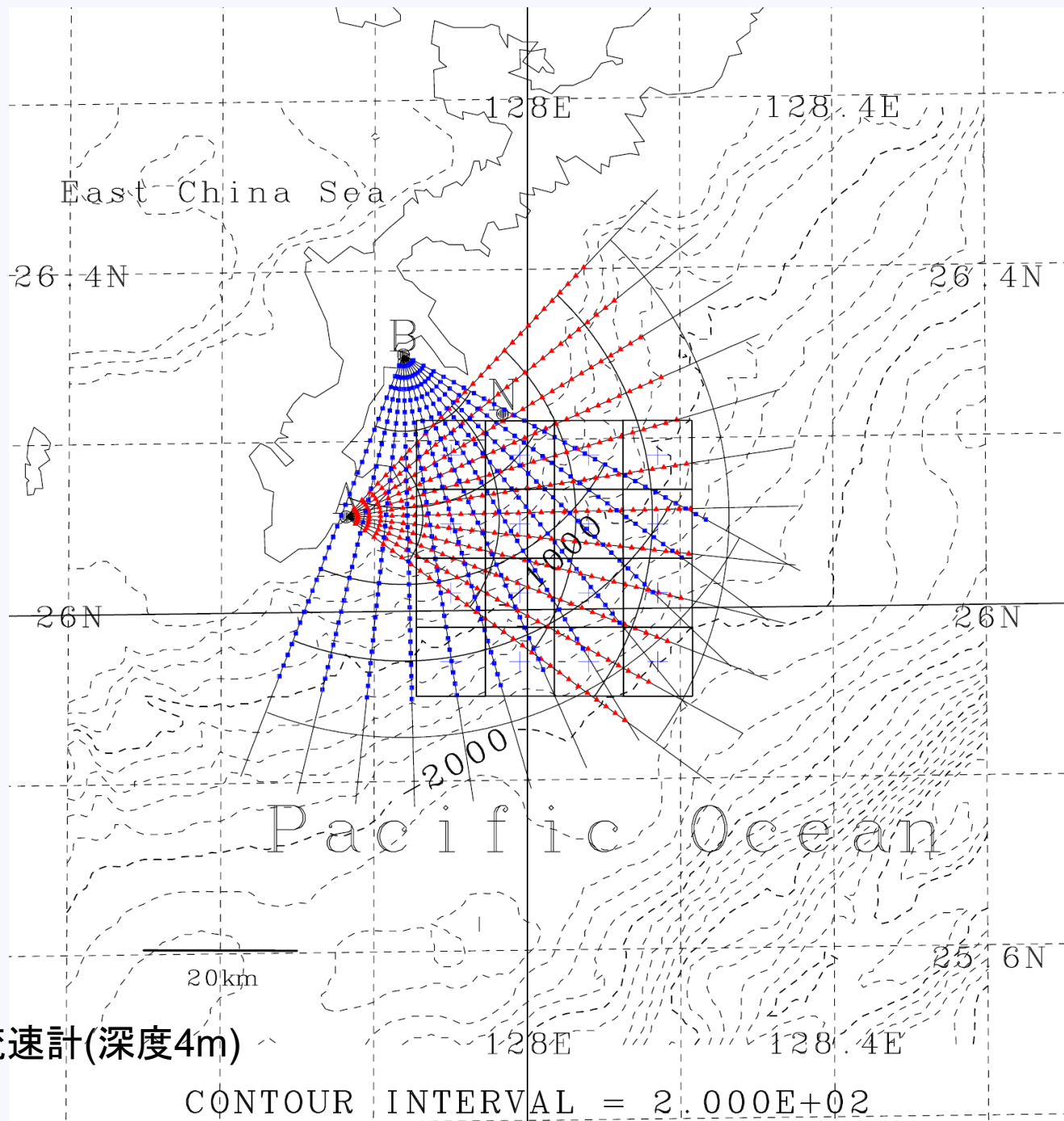


CONTOUR INTERVAL = 1.000E+00

横軸:スペクトルピーク波伝搬方向

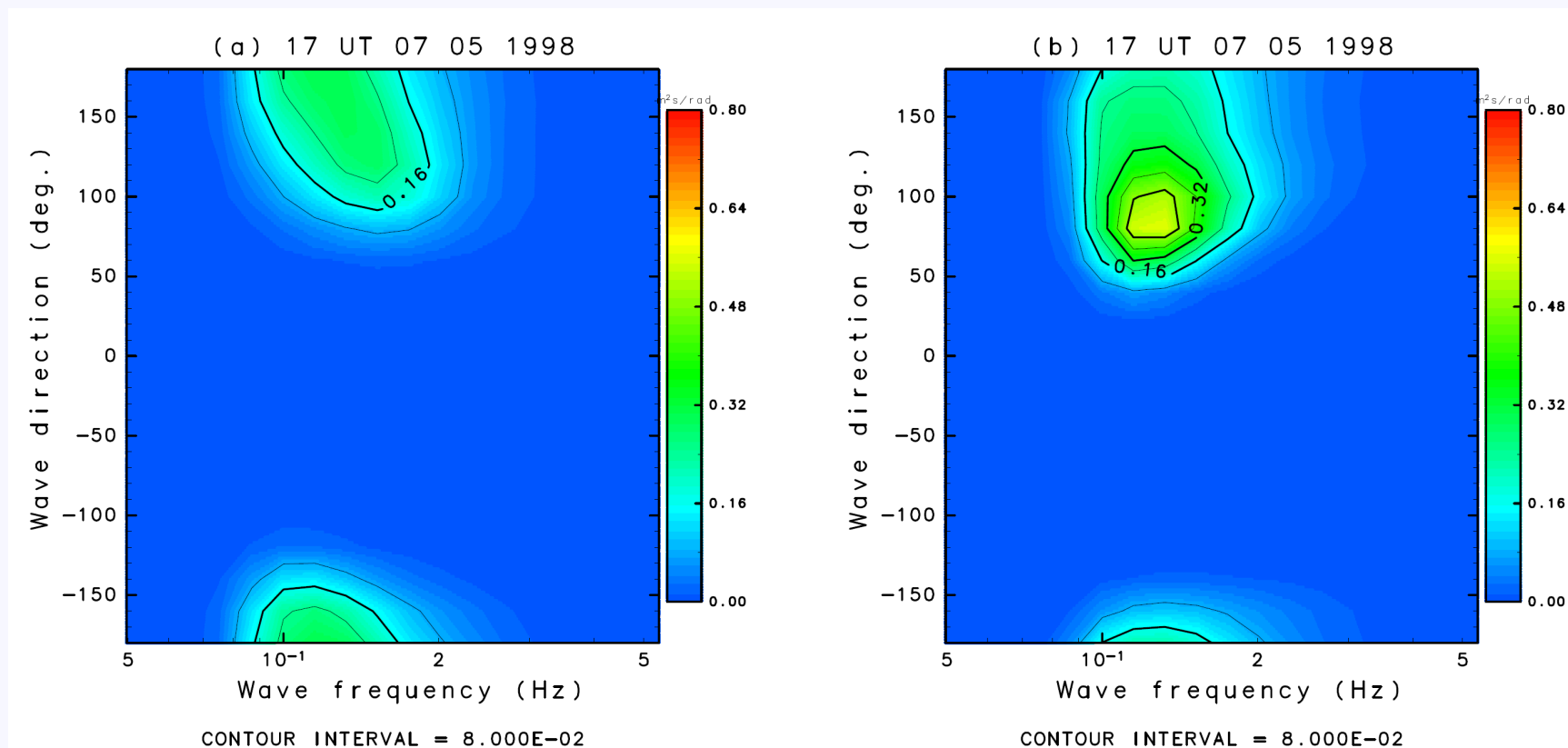


正負のドップラーピークから求めた流速の違い



パヤオ;流速計(深度4m)

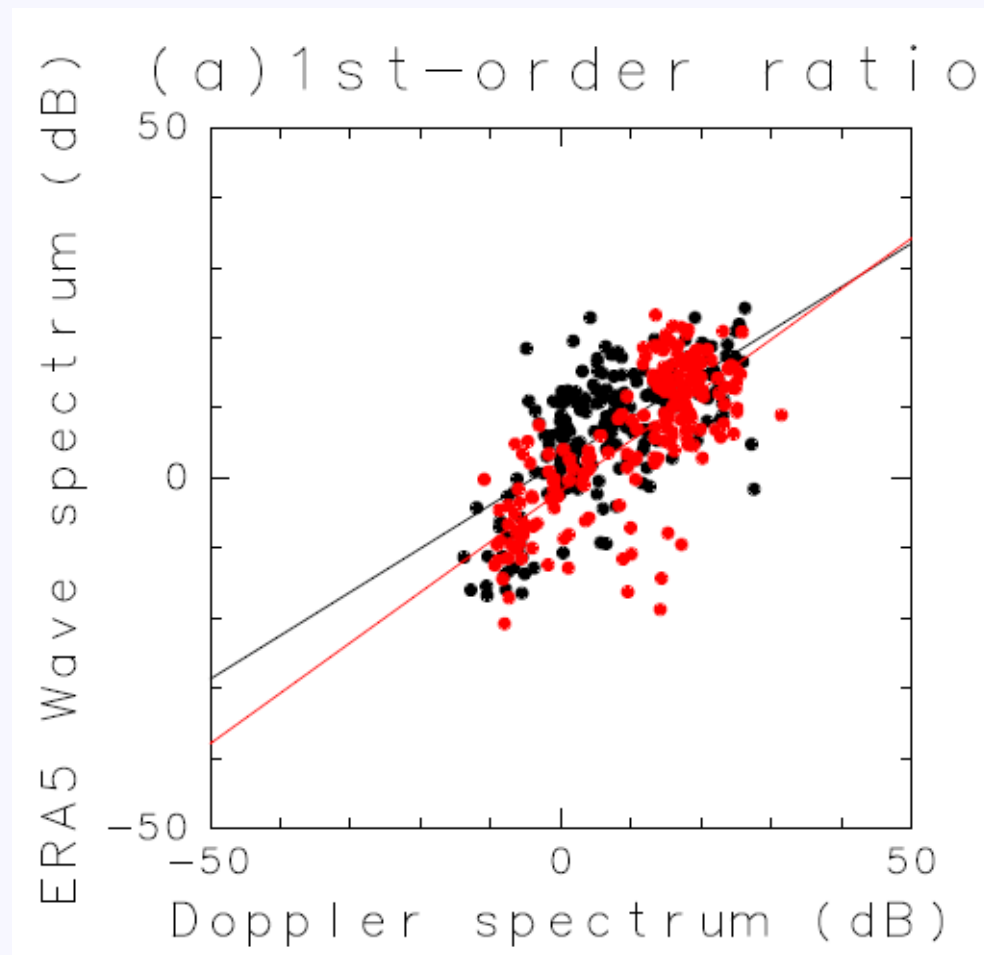
波浪スペクトル



HFレーダから求めた波浪スペクトル

ERA5波浪スペクトル

$\pm 2k_0$ のERA5スペクトル比との比較

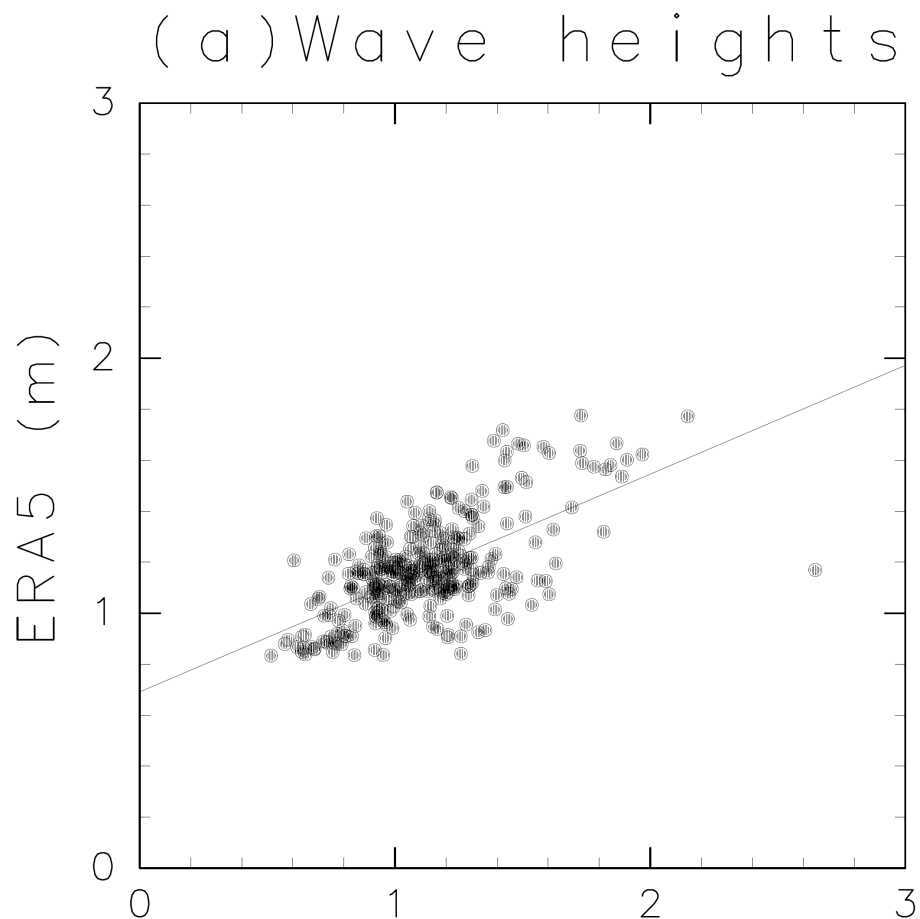


黒:レーダA
赤:レーダB

相関= 0.6645310 ,数= 207,Av= 7.184077 6.852663 ,RMS=
7.643095 ,SI= 1.062893

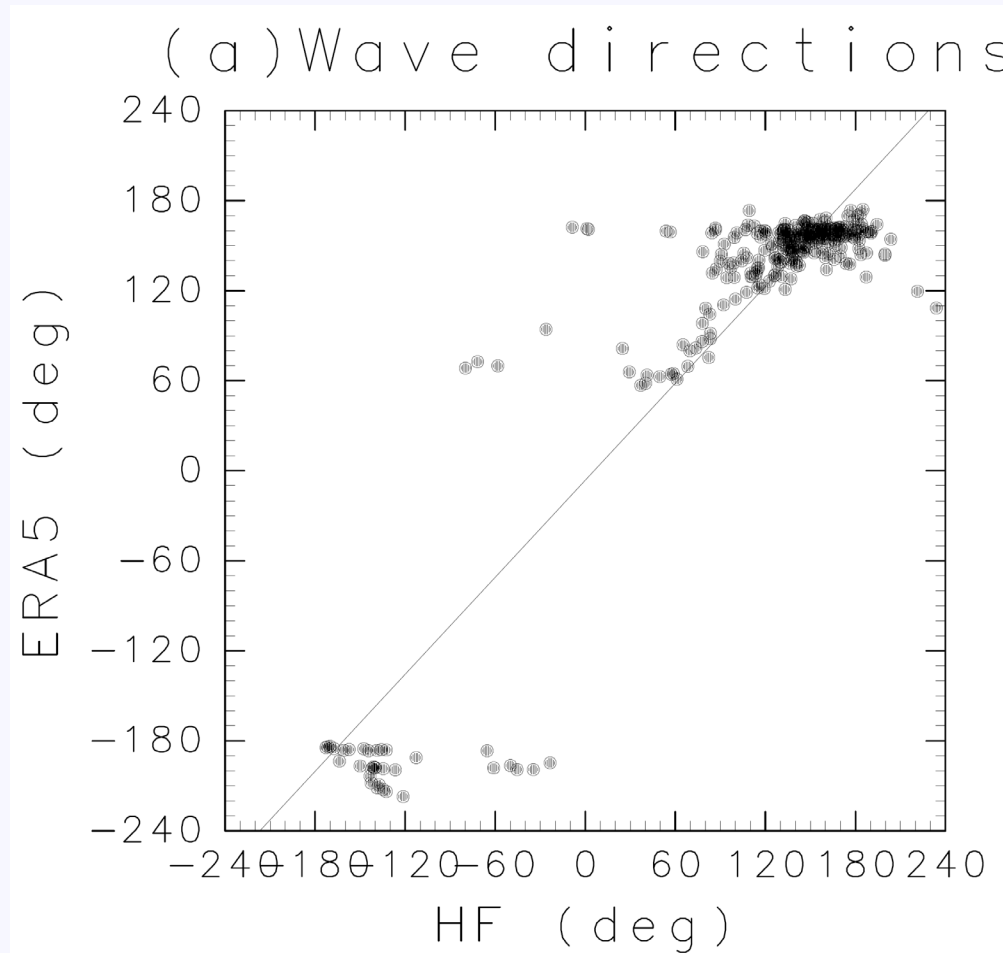
相関= 0.7416302 ,数= 200,Av= 10.88069 5.975676 ,RMS=
8.766145 ,SI= 0.6677345

波高の比較



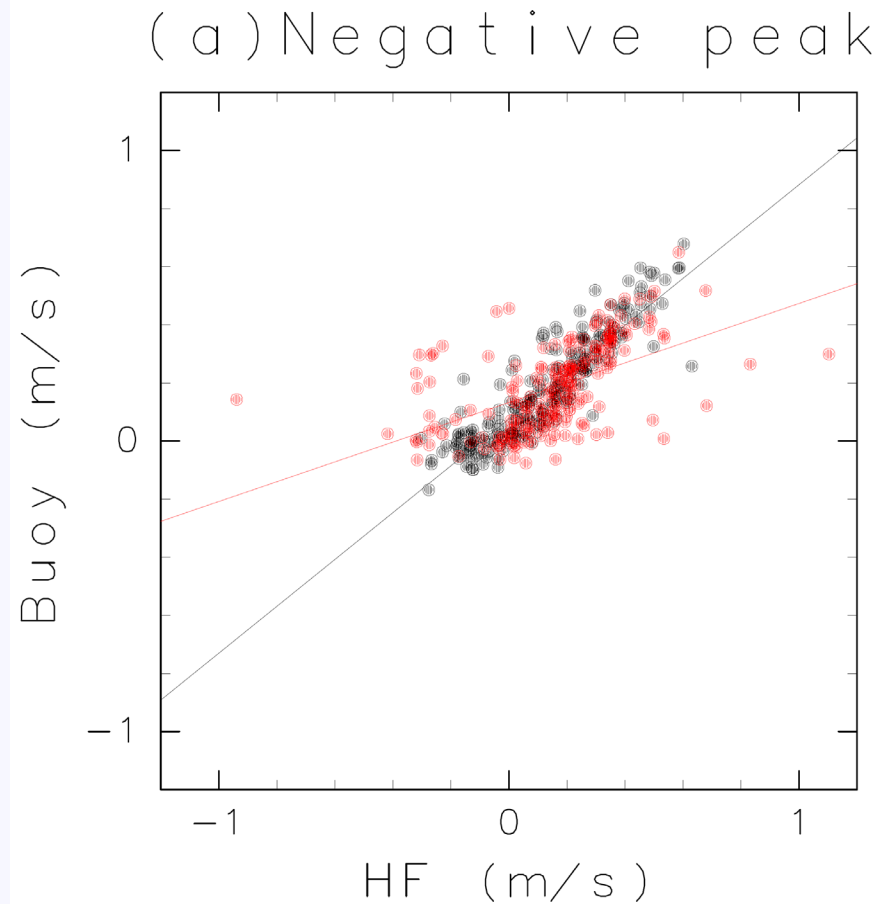
相関= 0.6311375 ,数= 321,Av= 1.119977 1.169427
,RMS= 0.2208262 ,SI= 0.1921633

平均波向きの比較



相関= 0.9201791 ,数= 321,Av= 108.7704 110.9834 ,RMS=
42.28584 ,SI= 0.3882295

視線方向流速(負のピーク)

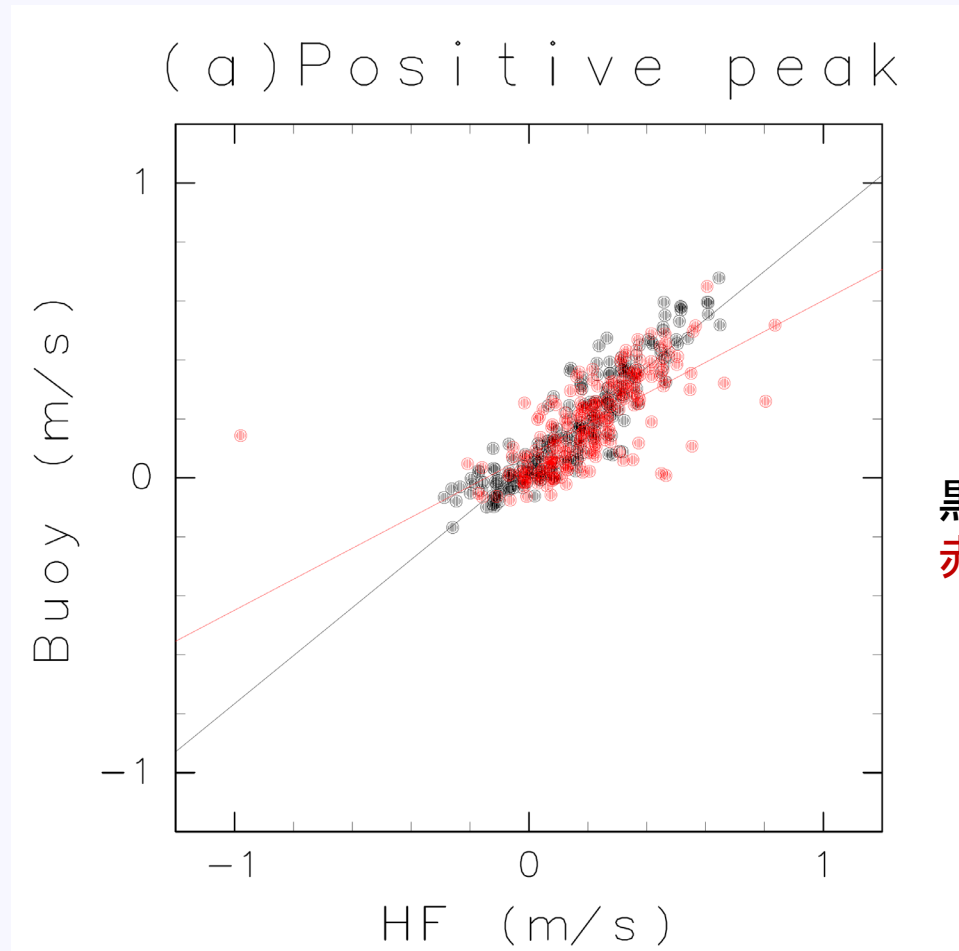


黒:レーダA
赤:レーダB

相関= 0.8960265 ,数= 222,Av= 0.1190865
0.1723678 ,RMS= 0.1040547 ,SI= 0.7505323

相関= 0.5319344 ,数= 201,Av= 0.1526864 0.1848944
,RMS= 0.2009887 ,SI= 1.299338

視線方向流速(正のピーク)



相関= 0.9051296 ,数= 222,Av= 0.1512457 0.1723678 ,RMS= 8.8118427E-02,SI= 0.5656323

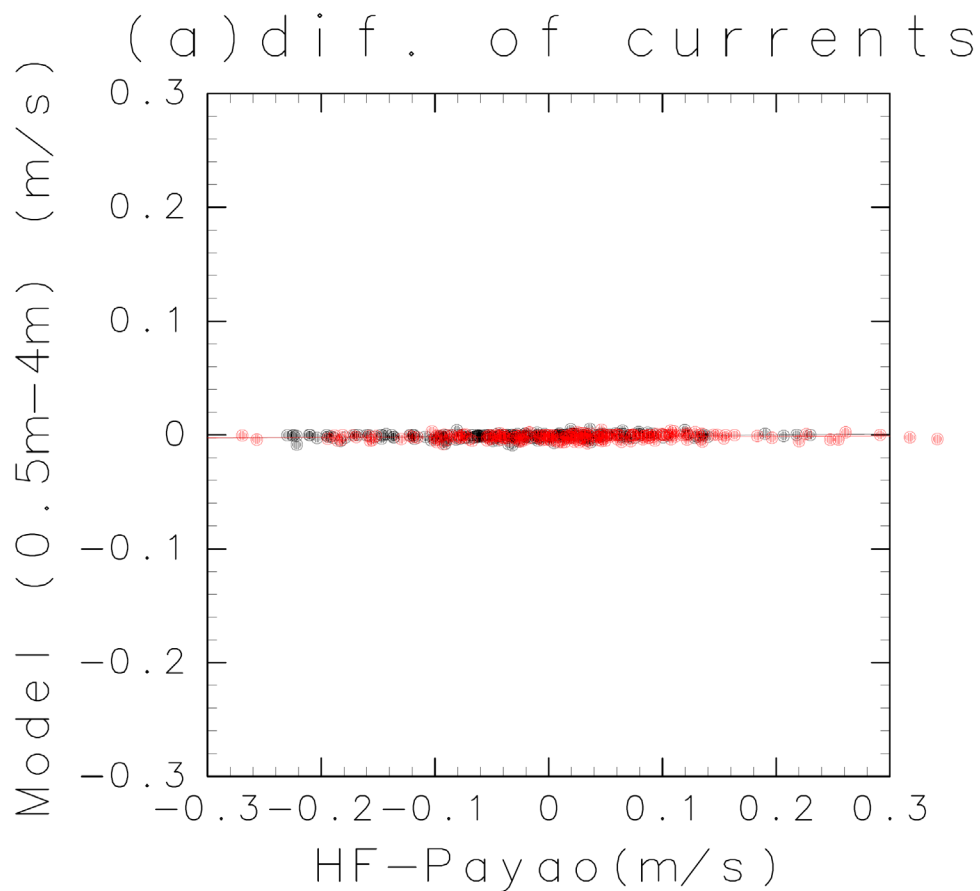
相関= 0.6880481 ,数= 201,Av= 0.2059936 0.1848944 ,RMS= 0.1438966 ,SI= 0.6909989

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} - fv &= \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + fu &= \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial v}{\partial z} \right)\end{aligned}$$

$$\left(K \frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=0} = \tau_x \qquad \left(K \frac{\partial v}{\partial z} \right)_{z=0} = \tau_y$$

ERA5海上風

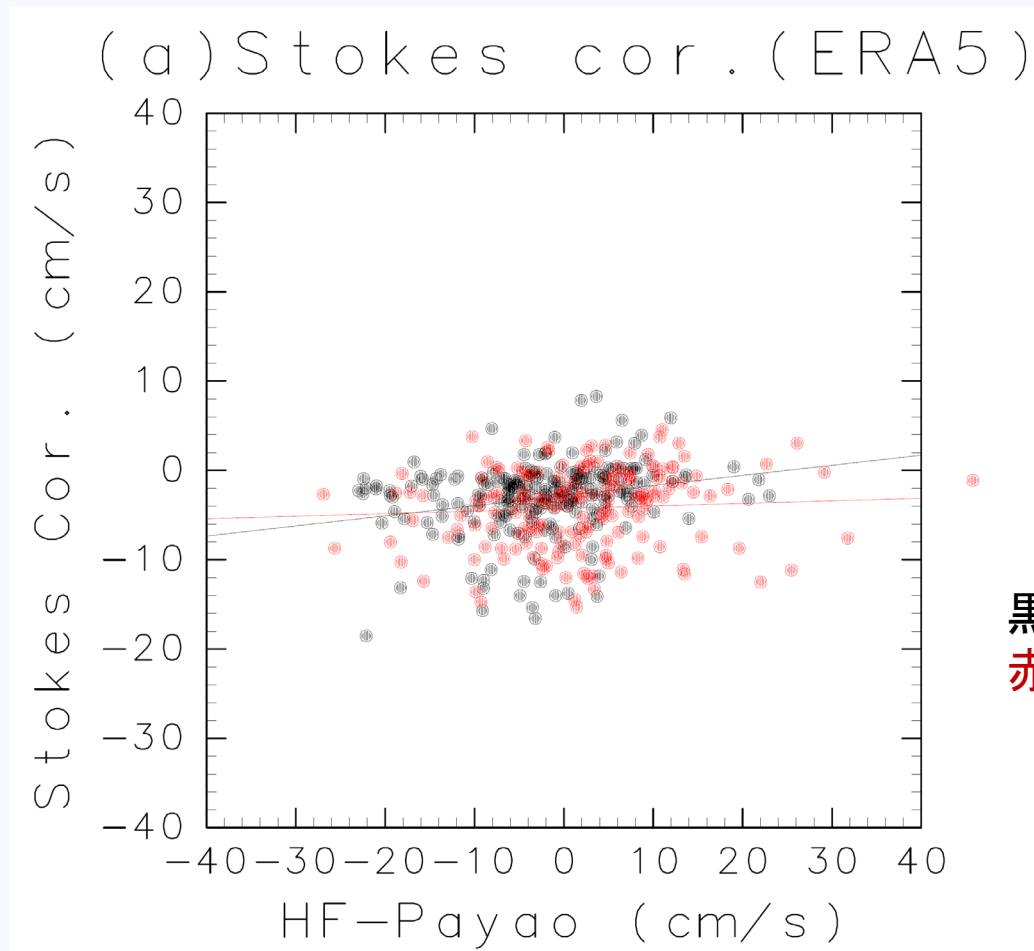
$$K = 5 \times 10^{-2} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$$



黒:レーダA
赤:レーダB

相関= 0.2412688 ,数= 222,
Av= -2.1122165E-02 -9.9803880E-04,
RMS= 8.7441370E-02,SI= -4.028665

相関= 0.1379435 ,数= 201,
Av= 2.1099150E-02 -1.6386179E-03,
RMS= 0.1438460 ,SI= 6.731910



相関= 0.2338775 ,数= 217,Av= -2.361677 -3.087624
,RMS= 8.525438 ,SI= -3.596798

相関= 8.6045161E-02,数= 175,Av= 1.336896 -4.234232
,RMS= 14.76206 ,SI= 10.22551

まとめと今後の課題

- 自由波の非線形分散関係(ストークス補正)
- 線形波とのずれが最大となる波高(ピーク周波数)が存在
- 正及び負のドップラースペクトルピークから求められる流速の違いとなり得る。
- 一次散乱比とERA5波浪スペクトルの $\pm 2k_0$ のスペクトル比は一致した。
- ストークス補正とレーダ-流速計の流速差は同じオーダーだった。
- 個々のドップラースペクトルについて検討(ピークの検出、一次散乱の広がりなど)する。