

日向灘における海洋短波レーダデータ とひまわり8号海面水温データを用いた 海面流速場の再現

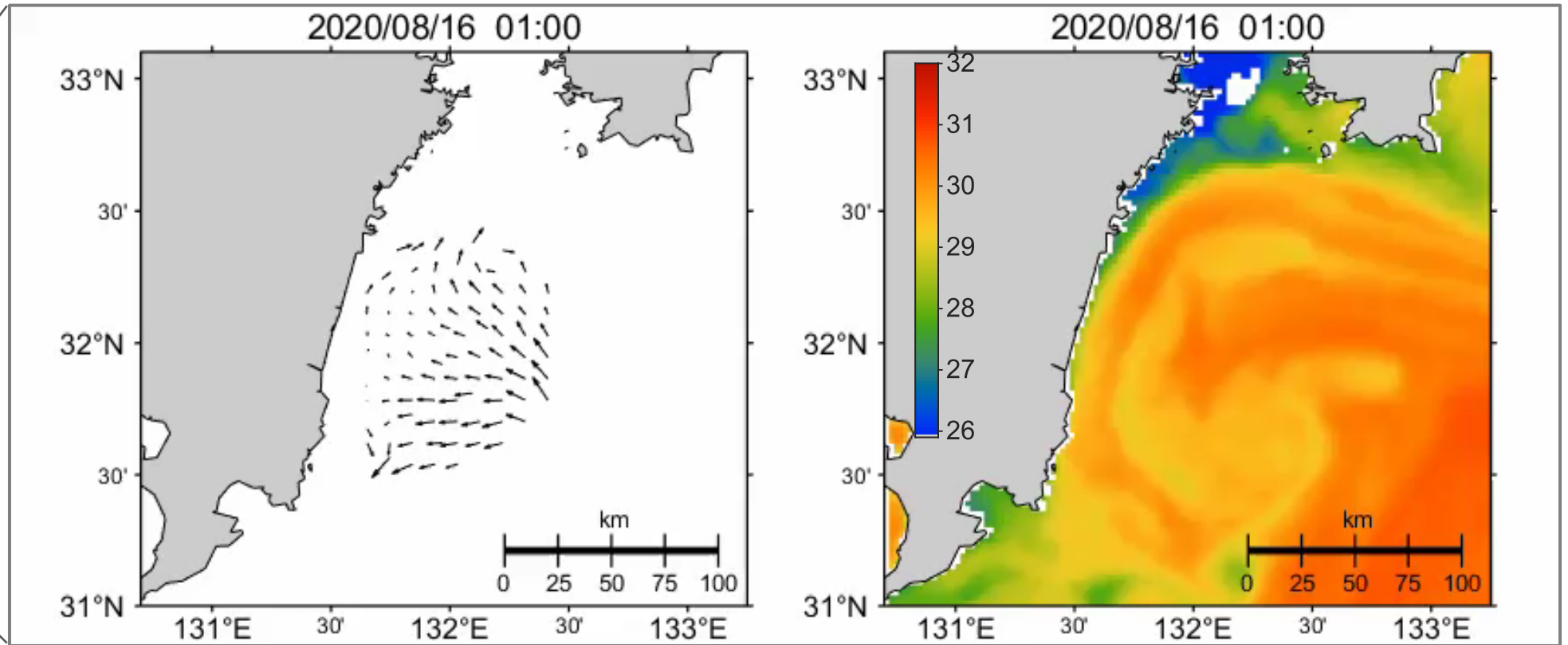
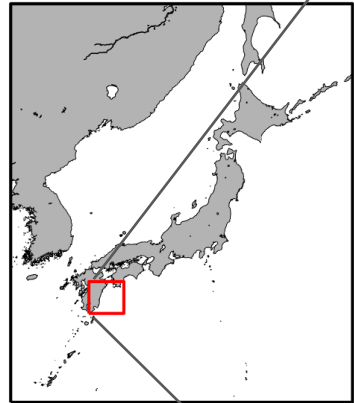
谷口直和・荒井正純・作野裕司・陸田秀実・濱田邦裕

広島大学大学院先進理工系科学研究科

本研究について

日向灘海洋短波レーダ流速

ひまわり8号海面水温

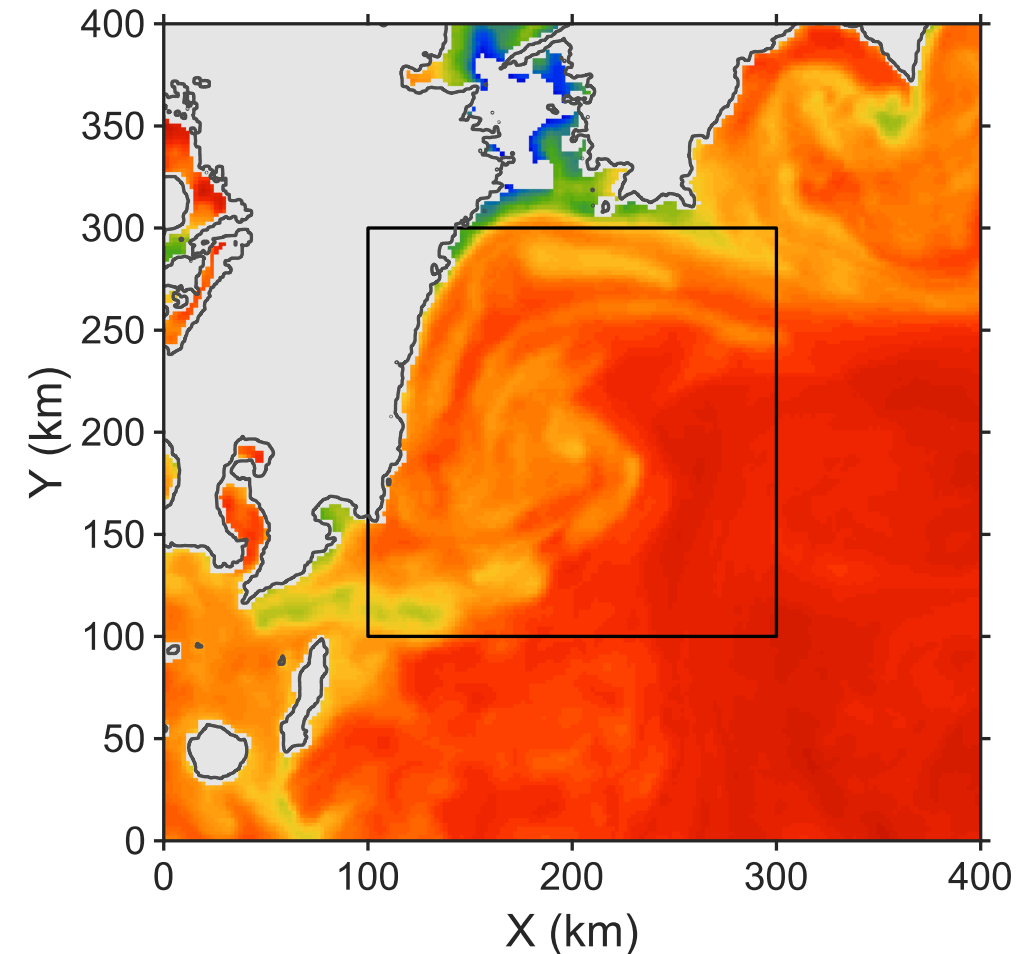


海洋短波レーダの流速分布領域を衛星海面水温情報を使って拡張する。

対象・データ・方法

対象海域・日時とデータ

- 日向灘（右図黒枠内 200x200 km²）
- 2020年8月13日22:00～8月18日1:00の1時間毎に海面流速分布を求める。
- 東西・南北方向のレーダ流速を宮崎県日向灘海洋短波レーダ海況情報表示システムからダウンロードした。
- ひまわり8号海面水温をP-Treeからダウンロードした。
 - ✓ 10分間隔（レベル2）；2 kmメッシュ
 - ✓ アルゴリズムバージョン2.0



基本的な考え方: Objective Mapping

複数の観測を同じ変数（未知数）の連立一次方程式で表現し、それらを連立させて解く。

- 流速場をフーリエ級数で表現する。
 - ✓ フーリエ係数が連立一次方程式の未知数にする。
- 海面水温 T は各ピクセルでの保存式を連立一次方程式にする。
 - ✓ インバース法 (Kelly, 1989)
 - ✓ $\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + S = 0$ において, $\frac{\partial T}{\partial t}, \frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}$ を衛星海面水温から決める。
- レーダー流速もフーリエ級数で表現し,
レーダー流速と海面水温の保存式を連立させて解く。

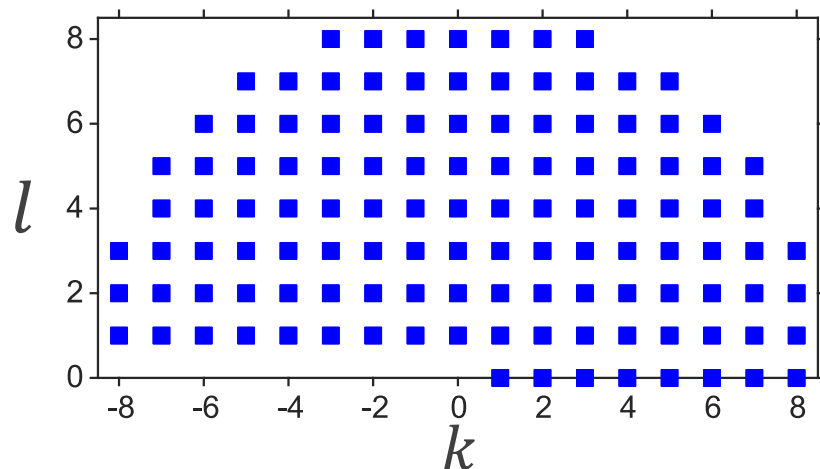
方法：流速場のフーリエ級数表現

$$u(x, y) = \sum_{k,l} \left[A_{k,l} \cos\left(\frac{2\pi kx}{L_x} + \frac{2\pi ly}{L_y}\right) + B_{k,l} \sin\left(\frac{2\pi kx}{L_x} + \frac{2\pi ly}{L_y}\right) \right]$$

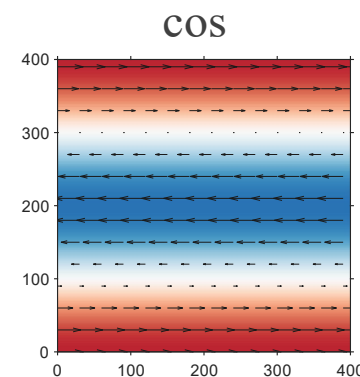
$$v(x, y) = \sum_{k,l} \left[C_{k,l} \cos\left(\frac{2\pi kx}{L_x} + \frac{2\pi ly}{L_y}\right) + D_{k,l} \sin\left(\frac{2\pi kx}{L_x} + \frac{2\pi ly}{L_y}\right) \right]$$

L_x, L_y : 400 km

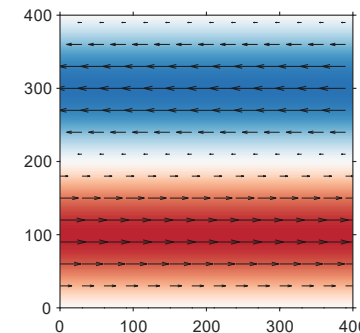
級数で使う (k, l)



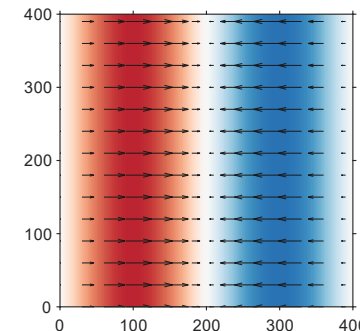
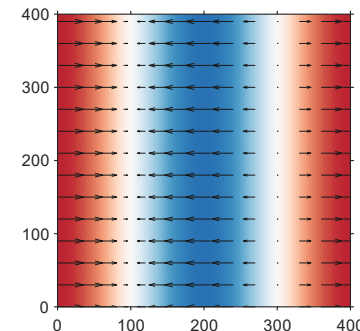
$(k, l) =$
 $(0, 1)$



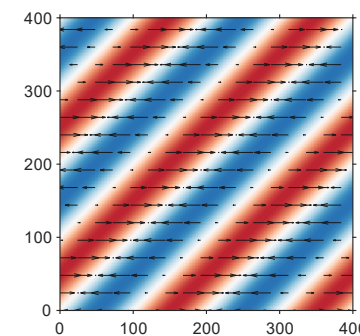
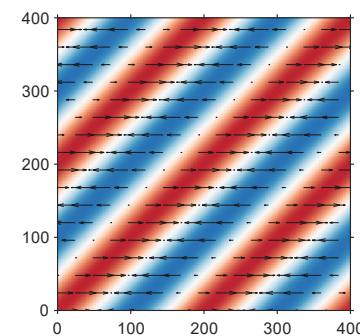
sin



$(k, l) =$
 $(1, 0)$



$(k, l) =$
 $(-2, 2)$



方法：レーダ流速のフーリエ級数表現

地点 (x_n, y_n) におけるレーダ流速：

$$u(x_n, y_n) = \sum_{k,l} \left[A_{k,l} \cos\left(\frac{2\pi k x_n}{L_x} + \frac{2\pi l y_n}{L_y}\right) + B_{k,l} \sin\left(\frac{2\pi k x_n}{L_x} + \frac{2\pi l y_n}{L_y}\right) \right]$$
$$v(x_n, y_n) = \sum_{k,l} \left[C_{k,l} \cos\left(\frac{2\pi k x_n}{L_x} + \frac{2\pi l y_n}{L_y}\right) + D_{k,l} \sin\left(\frac{2\pi k x_n}{L_x} + \frac{2\pi l y_n}{L_y}\right) \right]$$

全てのレーダ流速地点のデータを表現すると連立一次方程式 $\mathbf{G_r m} = \mathbf{d_r}$ となる.

$$\begin{bmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \dots & \cos\left(\frac{2\pi k x_n}{L_x} + \frac{2\pi l y_n}{L_y}\right) & \sin\left(\frac{2\pi k x_n}{L_x} + \frac{2\pi l y_n}{L_y}\right) & \dots & 0 & 0 & \dots \\ & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \\ \dots & 0 & 0 & \dots & \cos\left(\frac{2\pi k x_n}{L_x} + \frac{2\pi l y_n}{L_y}\right) & \sin\left(\frac{2\pi k x_n}{L_x} + \frac{2\pi l y_n}{L_y}\right) & \dots \\ & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ A_{k,l} \\ B_{k,l} \\ \vdots \\ C_{k,l} \\ D_{k,l} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots \\ u(x_n, y_n) \\ \vdots \\ v(x_n, y_n) \\ \vdots \end{bmatrix}$$

※ $\mathbf{G}$ の中の $\cos\left(\frac{2\pi k x_n}{L_x} + \frac{2\pi l y_n}{L_y}\right)$ や $\sin\left(\frac{2\pi k x_n}{L_x} + \frac{2\pi l y_n}{L_y}\right)$ は計算できる.

方法：海面水温 T の保存式とフーリエ級数表現

地点 (x_n, y_n) における $T(x_n, y_n)$ の保存式：

$$\frac{\partial T(x_n, y_n)}{\partial t} + u(x_n, y_n) \frac{\partial T(x_n, y_n)}{\partial x} + v(x_n, y_n) \frac{\partial T(x_n, y_n)}{\partial y} = 0$$

全ての海面水温ピクセル（地点）を考慮すると連立一次方程式 $\mathbf{G_T m} = \mathbf{d_T}$ となる.

$$\begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \frac{\partial T(x_n, y_n)}{\partial x} \cos(\dots) & \frac{\partial T(x_n, y_n)}{\partial x} \sin(\dots) & \dots & \frac{\partial T(x_n, y_n)}{\partial y} \cos(\dots) & \frac{\partial T(x_n, y_n)}{\partial y} \sin(\dots) & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ A_{k,l} \\ B_{k,l} \\ \vdots \\ C_{k,l} \\ D_{k,l} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots \\ -\frac{\partial T(x_n, y_n)}{\partial t} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

※ $\mathbf{G_T}$ と $\mathbf{d_T}$ の中の $\frac{\partial T(x_n, y_n)}{\partial t}$, $\frac{\partial T(x_n, y_n)}{\partial x}$, $\frac{\partial T(x_n, y_n)}{\partial y}$ は衛星海面水温 T から算出する.

基本的な考え方

海面水温の保存式とレーダー流速の式を連立させて解く（フーリエ係数を求める）

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}_T \\ \mathbf{G}_r \end{bmatrix} \mathbf{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_T \\ \mathbf{d}_r \end{bmatrix}$$

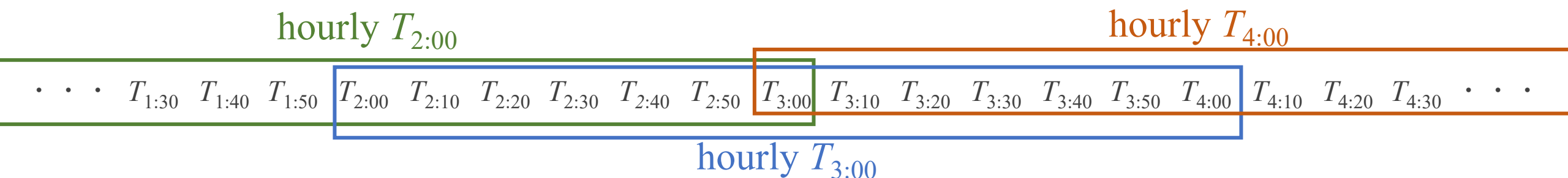
ただし，解く際に重みを設定する（スケーリングする）．

※ $\mathbf{G}$ 中の $\cos\left(\frac{2\pi kx_n}{L_x} + \frac{2\pi ly_n}{L_y}\right)$ や $\sin\left(\frac{2\pi kx_n}{L_x} + \frac{2\pi ly_n}{L_y}\right)$ は計算できる．

※ $\mathbf{G}_T$ と $\mathbf{d}_T$ 中の $\frac{\partial T(x_n, y_n)}{\partial t}$, $\frac{\partial T(x_n, y_n)}{\partial x}$, $\frac{\partial T(x_n, y_n)}{\partial y}$ は衛星海面水温 T から算出する．

方法： 毎時海面水温 T と $\frac{\partial T}{\partial t}$ の算出

毎時 T ： 各ピクセルにおいて，対象時刻の前後1時間（3:00の場合2:00～4:00）の10分毎データに対して回帰直線を求め，対象時刻の海面水温を再算出．



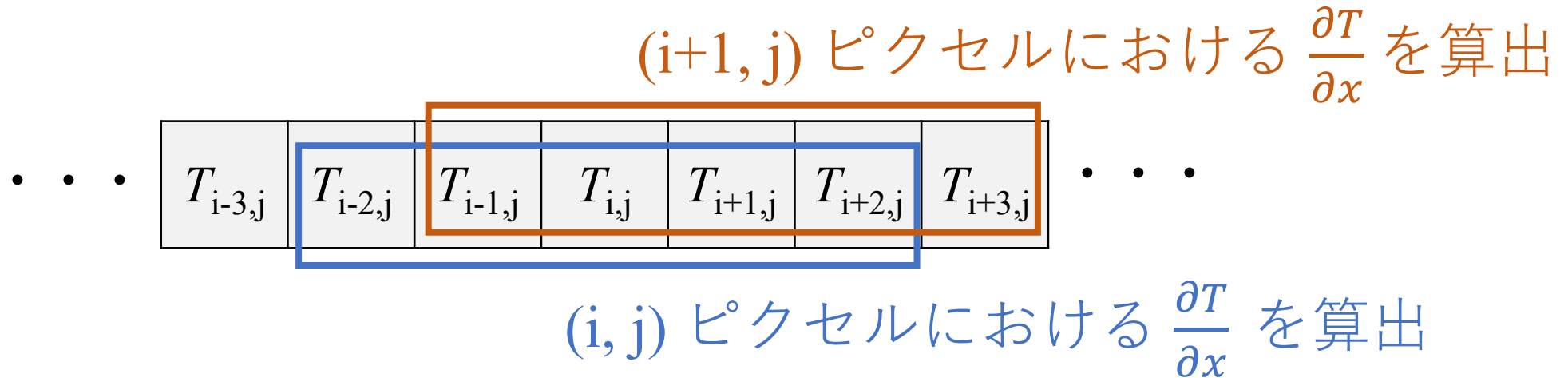
ただし，対象時刻前後のどちらか一方で全てが無効データの場合，そのピクセルのその時刻の毎時 T は無効とした．

毎時 $\frac{\partial T}{\partial t}$ ： 対象時刻の前後1時間の毎時 T の差分から $\frac{\partial T}{\partial t}$ を算出．

$$3 \text{ 時の } \frac{\partial T}{\partial t} \text{ の場合， } \frac{\partial T}{\partial t} = (\text{hourly } T_{4:00} - \text{hourly } T_{2:00}) / 7200 \text{ [}^{\circ}\text{C/s]}$$

方法： $\frac{\partial T}{\partial x}$ と $\frac{\partial T}{\partial y}$ の算出

$\frac{\partial T}{\partial x}$ ： 算出した毎時 T データにおいて，対象ピクセルの東西 2 ピクセルを使って回帰直線を求め，傾きを対象ピクセルの $\frac{\partial T}{\partial x}$ [$^{\circ}\text{C}/\text{m}$]とした．

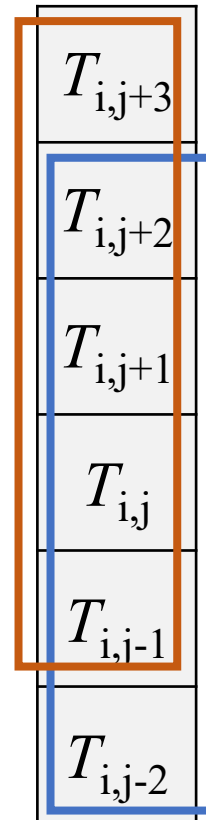


ただし，東西のどちらかで 2 ピクセル共に無効の場合，そのピクセルの $\frac{\partial T}{\partial x}$ は無効とした．

方法： $\frac{\partial T}{\partial x}$ と $\frac{\partial T}{\partial y}$ の算出

$\frac{\partial T}{\partial y}$ ： 算出した毎時 T データにおいて，対象ピクセルの南北 2 ピクセルを使って回帰直線を求め，傾きを対象ピクセルの $\frac{\partial T}{\partial y}$ [$^{\circ}\text{C}/\text{m}$]とした.

(i,j+1) ピクセルにおける $\frac{\partial T}{\partial y}$ を算出



(i,j) ピクセルにおける $\frac{\partial T}{\partial y}$ を算出

ただし，南北どちらかで 2 ピクセル共に無効の場合，そのピクセルの $\frac{\partial T}{\partial y}$ は無効とした.

方法：解を安定させるための工夫 仮想観測を用いた発散と渦度の最小化

$$(\text{発散}) = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \begin{bmatrix} \frac{-2\pi k}{L_x} \sin(\dots) & \frac{2\pi k}{L_x} \cos(\dots) & \dots & \frac{-2\pi l}{L_y} \sin(\dots) & \frac{2\pi l}{L_y} \cos(\dots) & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ A_{k,l} \\ B_{k,l} \\ \vdots \\ C_{k,l} \\ D_{k,l} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

全ての対象ピクセルで発散を観測してゼロだったと仮定：

$$\begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \frac{-2\pi k}{L_x} \sin(\dots) & \frac{2\pi k}{L_x} \cos(\dots) & \dots & \frac{-2\pi l}{L_y} \sin(\dots) & \frac{2\pi l}{L_y} \cos(\dots) & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ A_{k,l} \\ B_{k,l} \\ \vdots \\ C_{k,l} \\ D_{k,l} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G_d m = 0}$$

方法：解を安定させるための工夫
仮想観測を用いた**発散と渦度**の最小化

渦度についても同様に $\mathbf{G_v} \mathbf{m} = \mathbf{0}$

以下のように連立させて解く：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G_T} \\ \mathbf{G_r} \\ \mathbf{G_d} \\ \mathbf{G_v} \end{bmatrix} \mathbf{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{d_T} \\ \mathbf{d_r} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

方法：その他解を安定させるための工夫

宮崎県の海岸に沿った複数の地点(x,y)で東西方向の流速ゼロ：

$$\begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \cos\left(\frac{2\pi kx_n}{L_x} + \frac{2\pi ly_n}{L_y}\right) & \sin\left(\frac{2\pi kx_n}{L_x} + \frac{2\pi ly_n}{L_y}\right) & \dots & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ A_{k,l} \\ B_{k,l} \\ \vdots \\ C_{k,l} \\ D_{k,l} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G_b} \mathbf{m} = \mathbf{0} \quad \rightarrow \quad \begin{bmatrix} \mathbf{G_T} \\ \mathbf{G_r} \\ \mathbf{G_d} \\ \mathbf{G_v} \\ \mathbf{G_b} \end{bmatrix} \mathbf{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{d_T} \\ \mathbf{d_r} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

方法：目的関数

$$J(\mathbf{m}) = \underbrace{(\mathbf{G}\mathbf{m} - \mathbf{d})^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{G}\mathbf{m} - \mathbf{d})}_{\text{誤差項}} + \underbrace{\mathbf{m}^T \mathbf{S}^{-1} \mathbf{m}}_{\text{正則化項}}$$

誤差項：

- $\mathbf{R}$ は各要素の重み
- 各項が取り得る範囲を分散で与える

正則化項：

- 解 $\mathbf{m}$ が大きくなりすぎないように
- $\mathbf{S}$ は各要素の重み

解は $\frac{\partial J}{\partial \mathbf{m}} = 0$ となる $\mathbf{m}$ ：

$$\hat{\mathbf{m}} = (\mathbf{G}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{G} + \mathbf{S}^{-1})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{d}$$

方法：重み $\mathbf{R}$ と $\mathbf{S}$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_T & & & \\ & \mathbf{R}_r & & \\ & & \mathbf{R}_d & \\ & & & \mathbf{R}_v \\ & & & & \mathbf{R}_b \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S} = 0.5^2 \mathbf{I} \quad \left(\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{bmatrix} \right)$$

- 海面水温(保存式)の誤差分散

$$\mathbf{R}_T = (2e^{-5})^2 \mathbf{I} \quad (\text{dT/dtの誤差}) = \frac{0.6}{\sqrt{13 \times 7200}}$$

- レーダ流速の誤差分散

$$\mathbf{R}_r = 0.1^2 \mathbf{I}$$

- 発散（仮想観測）の誤差分散

$$\mathbf{R}_d = (1e^{-6})^2 \mathbf{I}$$

- 渦度（仮想観測）の誤差分散

$$\mathbf{R}_v = (1e^{-4})^2 \mathbf{I}$$

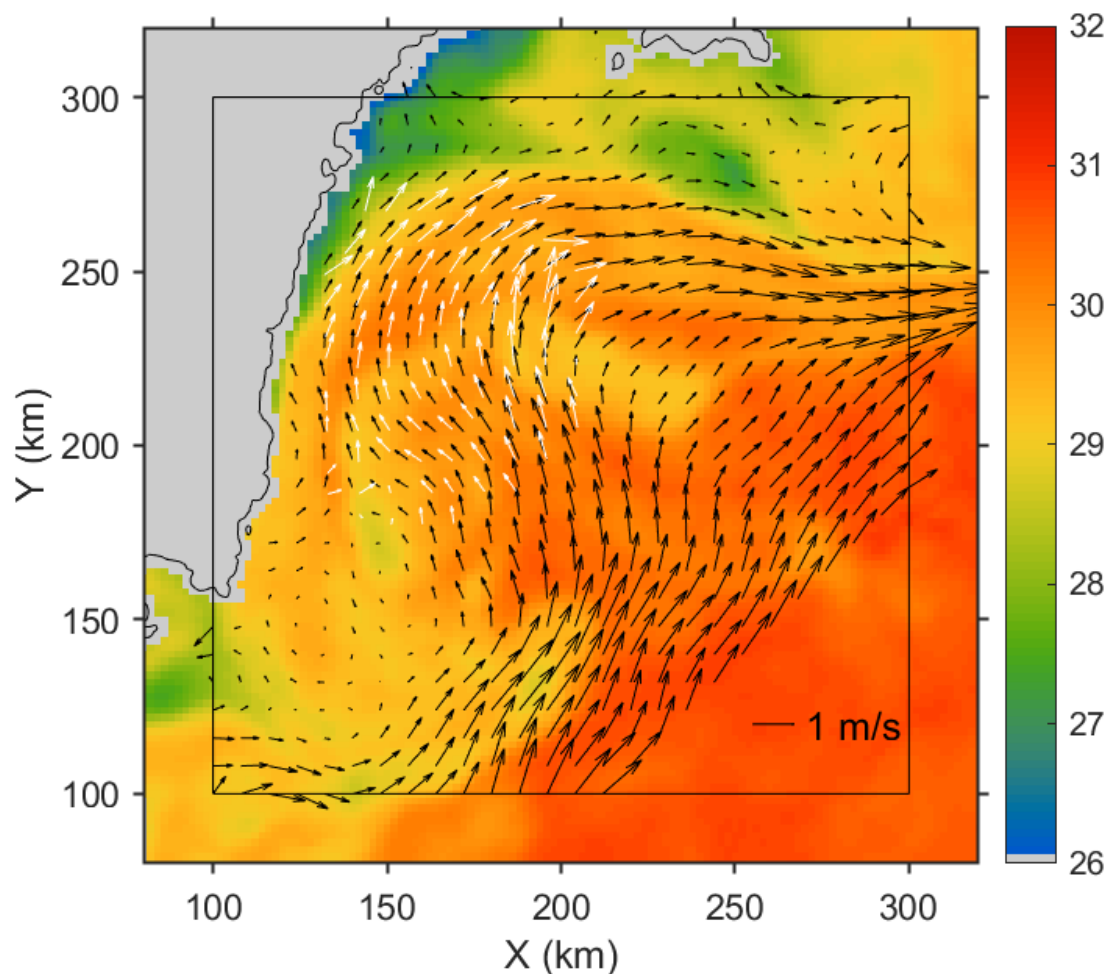
- 海岸に直交する流速（仮想観測）の誤差分散

$$\mathbf{R}_b = 0.05^2 \mathbf{I}$$

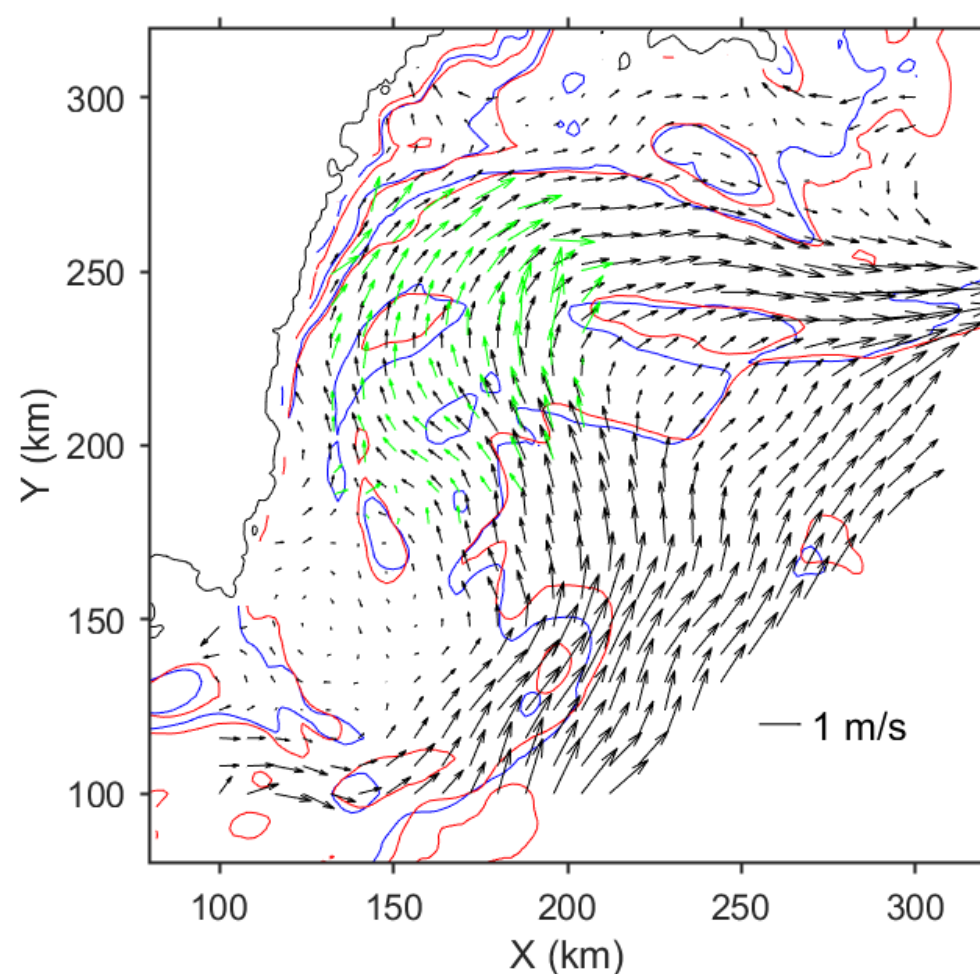
結果例

結果例：レーダ流速をうまく拡張している（ように見える）

8月13日 22:00

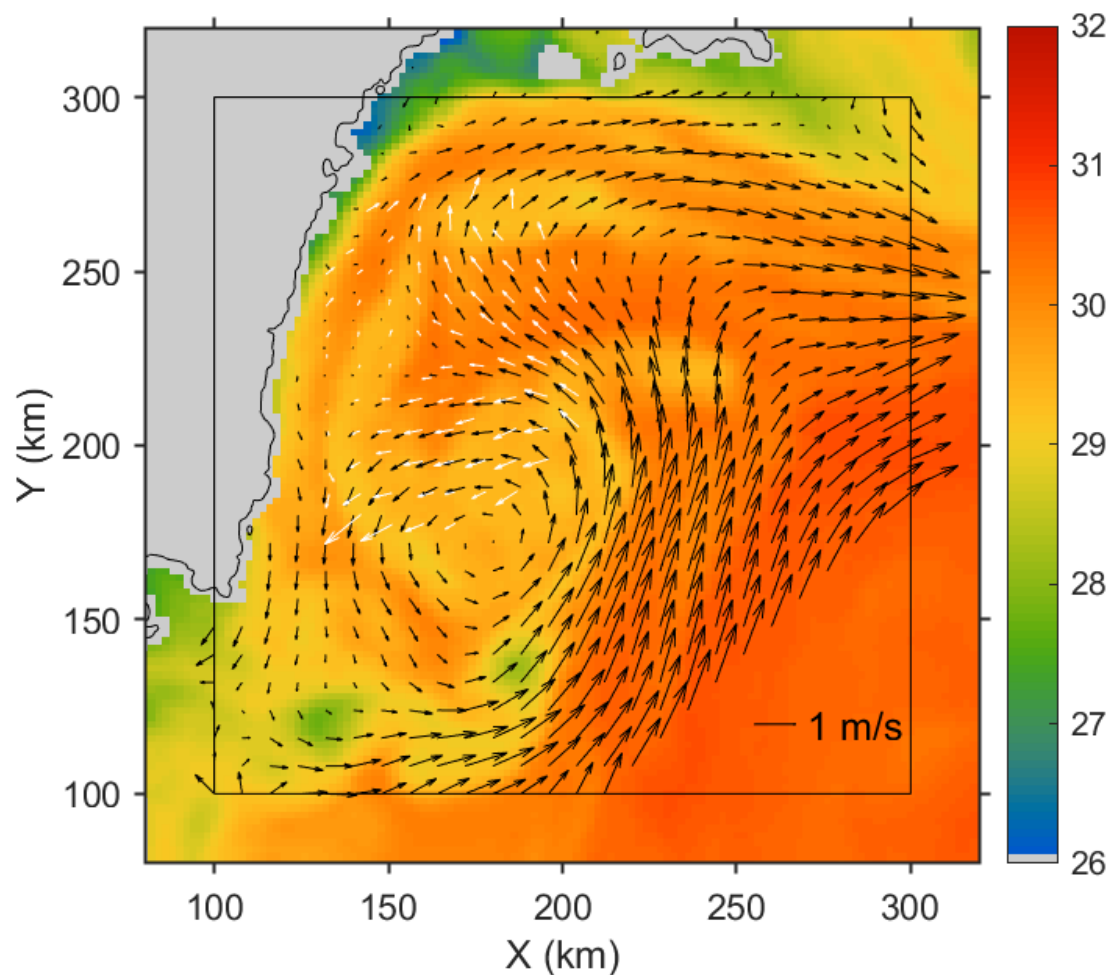


8月13日 22:00

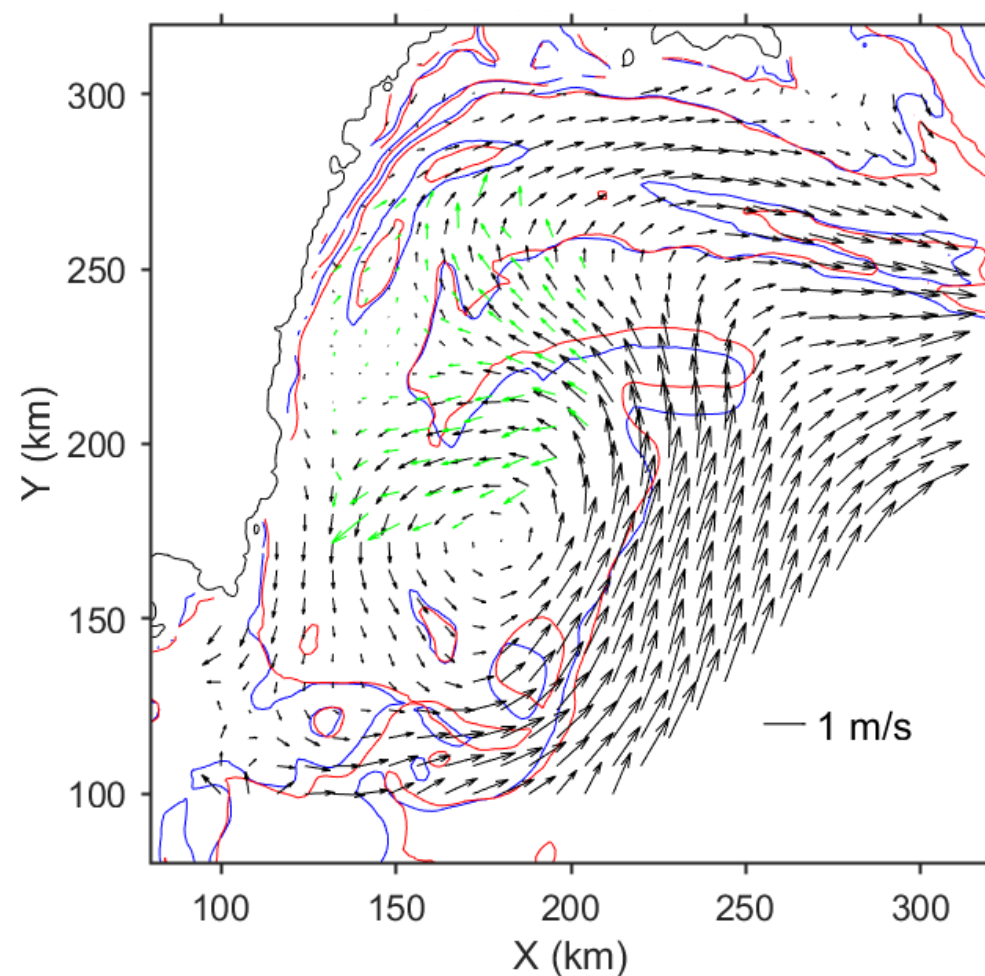


結果例：レーダ流速をうまく拡張している（ように見える）

8月16日 4:00

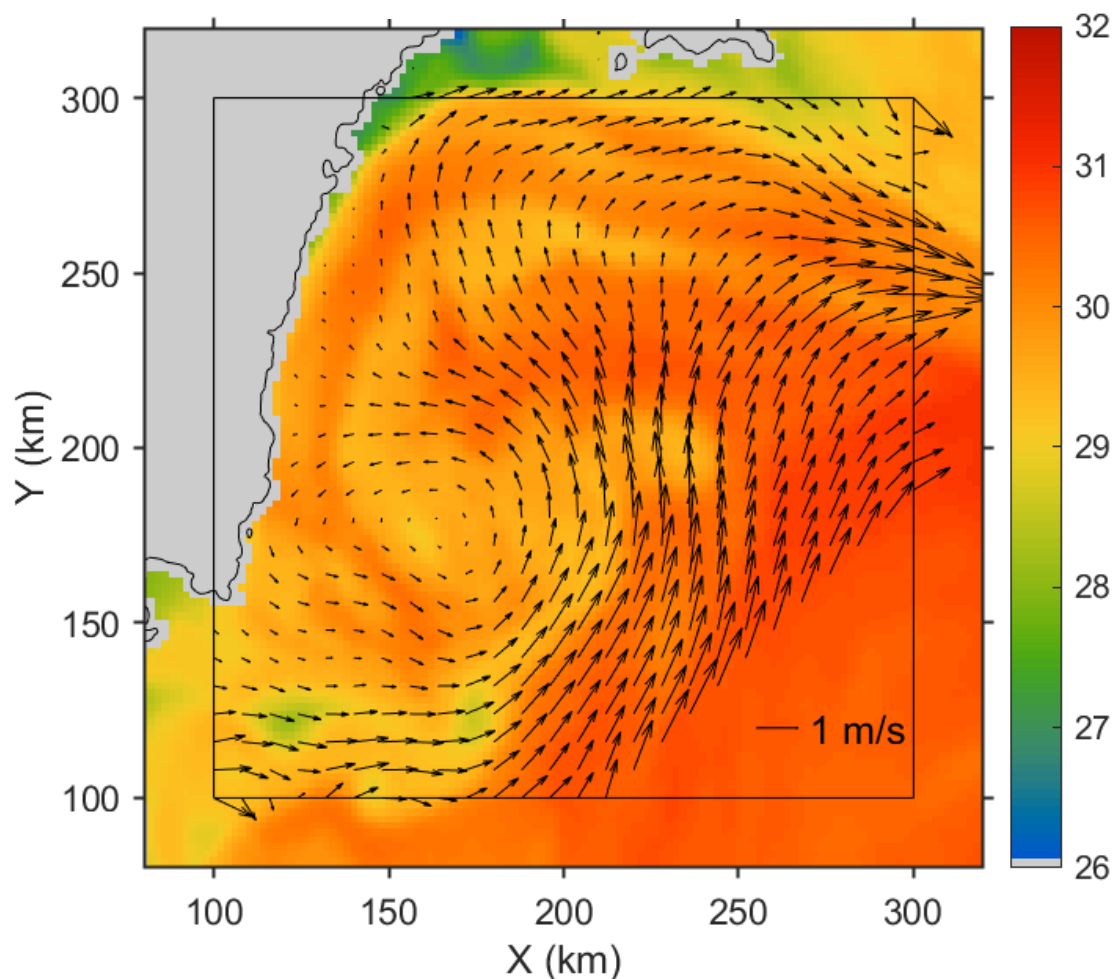


8月16日 4:00

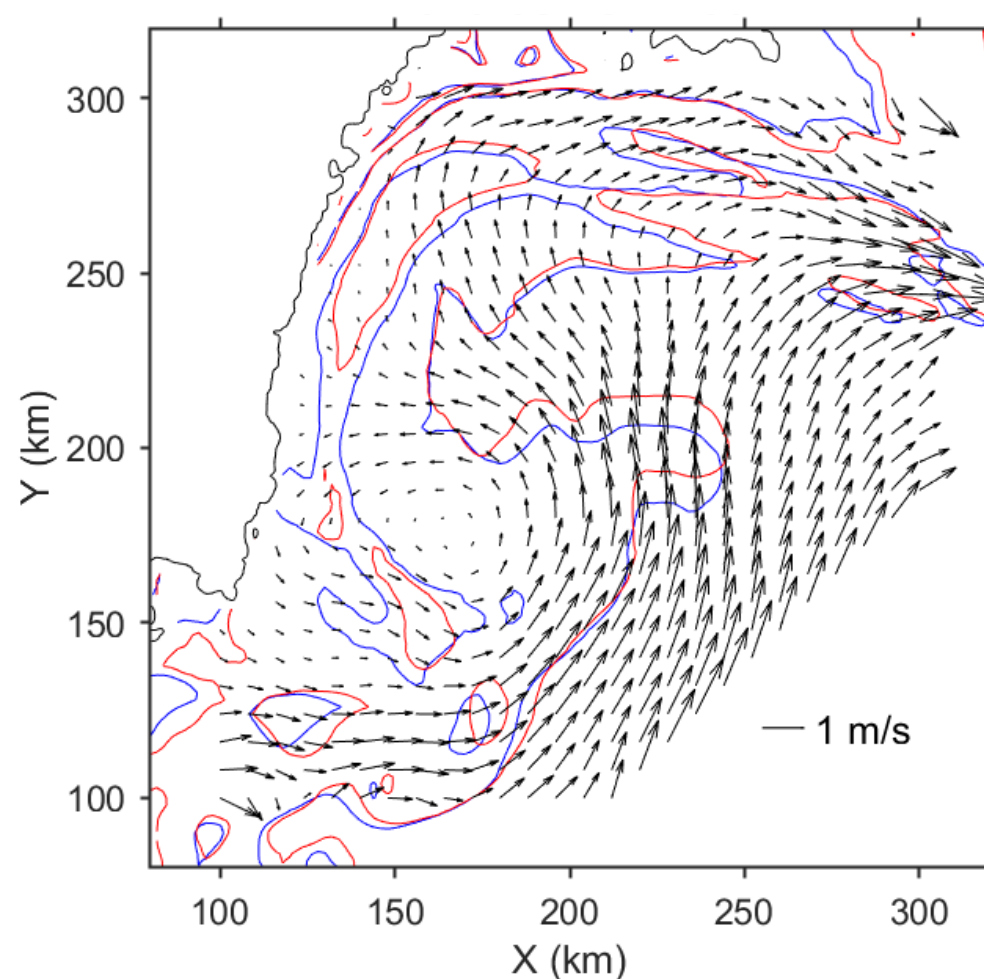


結果例：レーダ流速が無くても流れのパターンを再現している (ように見える)

8月15日 22:00



8月15日 22:00



結果例：海面水温の時間変化が大きい日中には
非現実的な流れとなる場合もある



まとめ と 今後検討すること

海洋短波レーダ流速と海面水温保存式について連立一次方程式を解くことによって短波レーダ流速分布領域を拡張する方法を検討している。

課題

- 毎時 T , dT/dt , dT/dx , dT/dy のより良い決め方
- 目的関数で使用する重みの検討
 - ✓ モデル (DREAMS) の流速場から発散・渦度の分散共分散行列を求める
 - ✓ モデル (DREAMS) の流速場を使って必要なフーリエ級数次数の検討
- 視線方向流速の使用
- ソース・シンク項 (日射等) の取り扱い
- 推定流速の不確かさ (誤差分散)